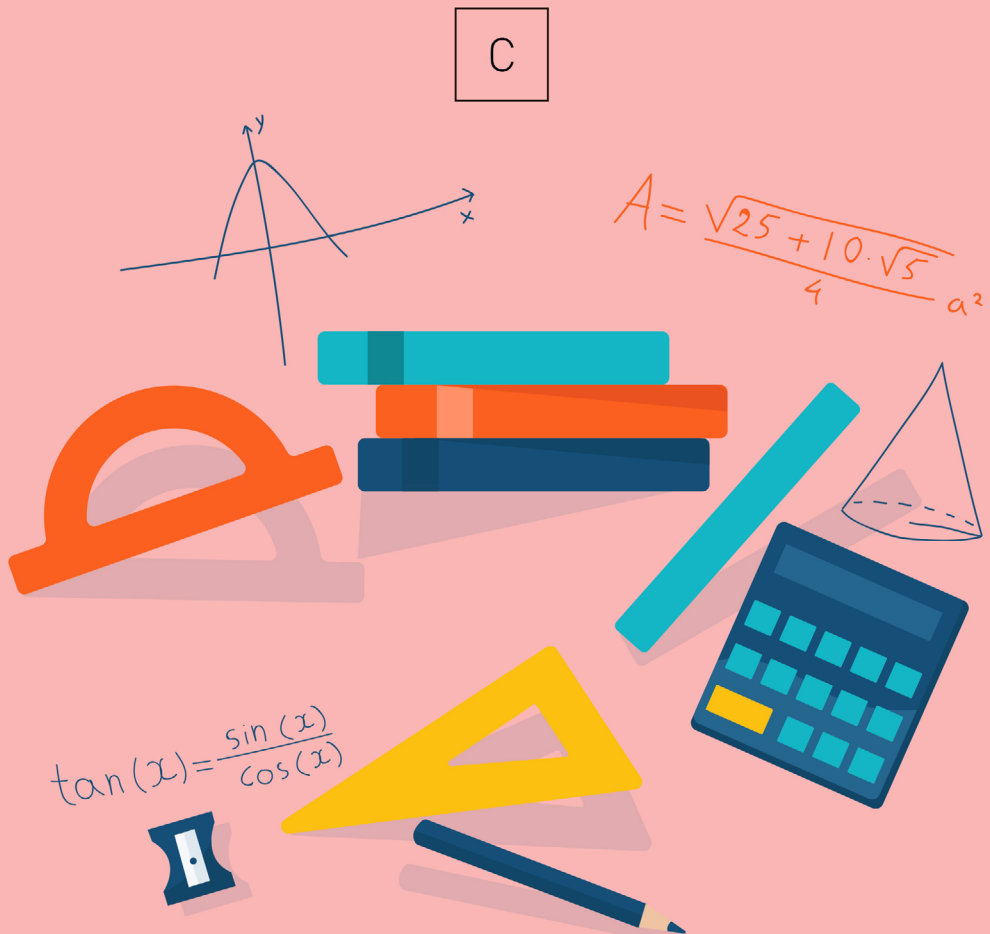


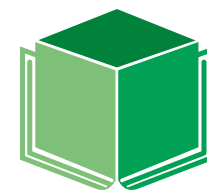


Ediciones
UTM

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Colectivo de autores





Ediciones
UTM

**DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO
EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS**

Colectivo de autores

Graciela Jaqueline Mendoza Solórzano

Lila Magaly Avellán Avellán

Rudyard Antonio Arteaga Solórzano

Marjorie Jazmín Barreiro Mendoza

©Ediciones UTM- Universidad Técnica de Manabí

Director de Ediciones UTM: Eldis Román Cao, PhD.

Revisión metodológica: Nelson José Labarca Ferrer Ph.D

Revisión de estilo y ortografía: Vicenta Inmaculada Aveiga Macay Ph.D

Maquetación: Henry Luis Flores Farfán

Publicado en: Enero 2025

ISBN: 978-9942-948-76-2

Universidad Técnica de Manabí

Ediciones UTM- Instituto de Investigación

www.utm.edu.ec

ediciones@utm.edu.ec

Teléfono: 2 265614

Dirección: Av. Urbina y Che Guevara

Portoviejo- Manabí- Ecuador

Este libro y cada uno de los capítulos que contiene, si no se indica lo contrario, se encuentran bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Unported. Puede ver una copia de esta licencia en <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Esto significa que Ud. es libre de reproducir y distribuir esta obra, siempre que cite la autoría, que no se use con fines comerciales o lucrativos y que no haga ninguna obra derivada. Si quiere hacer alguna de las cosas que aparecen como no permitidas, contacte con los coordinadores del libro o con la autora o autor del trabajo correspondiente.

Los autores del libro no se responsabilizan de las opiniones, juicios o comentarios, expuestos por las autoras/es en este libro; así como de los posibles conflictos de autoría que aparezcan en los trabajos. Dicha responsabilidad recae exclusivamente sobre las autoras y autores de los trabajos.



ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

CAPÍTULO I: EL PENSAMIENTO

1. Introducción	15
1.1. Tipos de pensamientos	16
1.1.1. Pensamiento crítico	16
1.1.2. Pensamiento creativo	16
1.1.3. Pensamiento reflexivo	17
1.1.4. Pensamiento analítico	17
1.1.5. Pensamiento lógico	17
1.1.6. Pensamiento sistémico	17
1.1.7. Pensamiento analógico	17
1.1.8. Pensamiento deliberativo	18
1.1.9. Pensamiento práctico	18
1.2. Fases y áreas del pensamiento	18
1.2.1. Fases del pensar	19
1.2.1.1. Fase perceptiva del pensamiento	19
1.2.1.1.1. Área perceptiva	19
1.2.1.2. Fase reflexiva del pensamiento	19
1.2.1.2.1. Área reflexiva	20
1.2.1.3. Fase creativa del pensamiento	20
1.2.1.3.1. Área creativa	21
1.2.1.4. Fase retentiva del pensamiento	21
1.2.1.4.1. Área retentiva	21
1.2.1.5. Fase expresiva verbal	21
1.2.1.5.1. Área expresiva verbal	22
1.2.1.6. Fase expresiva práctica o no verbal	22
1.2.1.6.1. Área expresiva práctica	22
1.3. Habilidades básicas del pensamiento	22
1.4. Componentes para tener interés por la reflexión	22
1.5. Cinco habilidades básicas del pensamiento	23
1.5.1. La observación	23
1.5.2. La comparación	24
1.5.3. La relación	24
1.5.4. La clasificación	24
1.5.5. La descripción	25
1.6. Resumen del capítulo	

CAPÍTULO II: APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LAS MATEMÁTICAS

2. Introducción	28
2.1. Algunas definiciones necesarias	28
2.2. Consideraciones sobre la enseñanza y aprendizaje	29
2.3. Aprendizaje significativo de las matemáticas	30
2.4. Metodologías para un aprendizaje significativo	32
2.4.1. Motivación	33
2.4.2. Resolución de problemas	33
2.5. Resumen del capítulo	35

CAPÍTULO III: PENSAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO

3. Introducción	37
3.1. Algunas consideraciones sobre el pensamiento lógico-matemático	38
3.2. Las inteligencias en su relación con el pensamiento lógico-matemático	39
3.3. Inteligencias múltiples	39
3.3.1. Inteligencia lingüística	39
Capacidades implicadas.	40
3.3.2. Inteligencia lógico-matemática	40
3.3.3. Inteligencia espacial	41
3.3.4. Inteligencia cinética	41
3.3.5. Inteligencia musical	41
3.3.6. Inteligencia Intrapersonal	42
3.4. ¿Qué es el pensamiento lógico matemático?	42
3.5. Resumen del capítulo	42

CAPÍTULO IV: ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS Y METODOLÓGICAS PARA EL DESARROLLO DE LAS COMPETENCIAS MATEMÁTICAS

4. Introducción	45
4.1. La Formación por competencias en la Enseñanza de las Matemáticas	46
4.2. Competencias Educativas	46
4.2.1. Competencias Genéricas	46
4.2.2. Competencias Específicas	46
4.2.2.1. Competencias Matemáticas	46
4.3. Currículo de Matemática para la Educación General Básica. (EGB)	47
4.4. Orientaciones para el desarrollo del pensamiento lógico matemático	78
4.5. Importancia de enseñar y aprender matemáticas	51
4.6. Perfil de salida del área de matemática	54
4.6.1. Destrezas generales en el área de matemáticas	54
4.6.2. Destrezas específicas	54
4.6.3. Destrezas con criterios de desempeño referente de la planificación micro curricular	55
4.6.4. Destrezas con criterios de desempeño	56
4.6.5. Indicadores para la evaluación del desempeño de las matemáticas	57
4.7. Resumen del capítulo	63
Bibliografía	54
Glosario	67

APUNTES DE CÁLCULO I

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de matemáticas en el tercer milenio exige cambios acelerados en la metodología y los contenidos; no es posible que un ciudadano de la aldea global siga pensando como ciudadano industrial o de la era de la ilustración; la sociedad del conocimiento enfrenta situaciones evolutivas en todos los campos, tales como la ciencia y la tecnología; las herramientas y las maneras de hacer y comunicar la matemática evolucionan constantemente, por esta razón tanto el aprendizaje como la enseñanza de las matemáticas deben estar enfocados en el desarrollo de las destrezas con criterios de desempeño necesarias para que el estudiantado sea capaz de resolver problemas cotidianos a la vez que se fortalece el pensamiento lógico y crítico. El saber matemáticas además de ser satisfactorio es extremadamente necesario para poder interactuar con fluidez y eficacia en un mundo matematizado.

Parece ser una opinión generalizada el que las matemáticas son fundamentales en la preparación de toda persona. Es posible avanzar en la búsqueda de un consenso sobre los contenidos y modos de enseñanza a partir de un análisis cuidadoso de los elementos que, de manera quizás intuitiva, subyacen en la opinión sobre la importancia de esta asignatura. El aprendizaje de las matemáticas está fuertemente ligado con aspectos “motivacionales” y del ánimo de los profesores al preparar su tratamiento individual de cada tema.

En cumplimiento con la misión de educar con “calidad y calidez” buscando lo mejor para los estudiantes, toda vez que lo necesitan y merecen, es importante innovar en los procesos metodológicos de enseñanza para potencializar los perfiles tanto profesionales como de egreso de los estudiantes.

La sociedad de conocimiento, en todo el orbe exige nuevos enfoques en la visión de educación; los antiguos paradigmas educacionales tradicionalistas, repetitivos memorísticos, actualmente han dejado de tener pertinencia para dar paso a maneras diferentes de aprender, de educarse y de pensar.

Dentro de ese contexto la educación en general ha cambiado su enfoque y la escuela formal ha incorporado en su currículo asignaturas, contenidos, metodologías tomadas del mundo laboral o comercial.

Así las matemáticas ya no son los tratamientos de las cuatro operaciones básicas o sistemas de conjuntos que se enseñaban sin ninguna contextualización. Por el contrario, la lógica matemática desde la educación inicial evidencia la preocupación de todo el sistema escolar (incluido el ecuatoriano) de corresponderse a dicha realidad.

La Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura UNESCO, (por sus siglas en inglés) ha creído conveniente rediseñar el mismo estructural de la educación para el siglo XXI, según Delors (1994) la educación a lo largo de la vida se base en los siguientes pilares: aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a convivir y aprender a ser y forman el sustento de todo aprendizaje.

El aprendizaje que se imparte a los estudiantes se organiza en cinco ejes fundamentales (pilares educativos): Aprender a conocer (saber aprender), aprender a convivir (saber convivir), aprender a hacer (saber hacer), aprender a ser (saber ser) y aprender a aprender – emprender (saber aprender).

Aprender a ser: - Es la formación del estudiante con las siguientes características: analítico, crítico, culto, reflexivo, comprometido, feliz, generoso, honrado, con amor por la vida, la paz, la libertad, creativo, espontáneo, libre, sensible, curioso, imaginativo, autónomo, autosuficiente, con espíritu investigativo.

Aprender a convivir: – En este ámbito el estudiante promueve: mejoramiento personal y social a través de su participación activa y consciente en acciones comunitarias; trabaja en grupos, mantiene relaciones interpersonales abiertas y positivas, se reconoce como un estudiante productivo y como un elemento integrador, transformador del ambiente natural, social; siente interés y empatía con otras culturas; respetuoso de los deberes, derechos propios y ajenos; responsable, sincero, solidario, participativo, tolerante, entre otras características.

Aprender a aprender: – En el sentido amplio, el aprender es la función sustantiva del estudiante y se lo define como: proceso por el cual se produce un cambio relativamente permanente en la conducta o en los conocimientos de una persona como consecuencia de la experiencia. En dicho contexto el estudiante debe ser capaz de hacer, conocer, sentir, valorar algo de lo que antes no era capaz.

Aprender a hacer: – En este ámbito el estudiante: adquiere, aplica, procesa y produce información; aplica procesos de pensamiento, experiencias, conocimientos en las diversas situaciones y problemas que confronta; expresa su pensamiento de manera clara y coherente; entre otras características.

Aprender a conocer: – Es la formación del estudiante en lo que conoce: comprende, interpreta, infiere, generaliza conceptos, reglas, principios, métodos; reconoce y comprende ideas, nociones abstractas, imágenes y símbolos; identifica elementos vinculados con el lenguaje literario, científico, tecnológico, estético y corporal; discierne relaciones, causas y efectos, entre otras.

De aquello se infiere que el desarrollo del pensamiento lógico-matemático, es un requerimiento vital en la formación del humano-humanos y así es evidente que todos los países del mundo, compartiendo el mundo globalizado exige que la población adquiera conocimientos detallados sobre las áreas básicas del conocimiento (Cardoso & Cerecedo, 2008).

Dentro de esta tendencia de la aldea global del Ministerio de Educación, exige a todos los integrantes del sistema regular, la implementación de programas que abarquen todas las competencias específicas de matemáticas para asegurar destrezas funcionales en diferentes áreas del conocimiento.

En este sentido, el Gobierno Nacional inició en el año 1996 una reforma al currículo de Educación General Básica que no logró ponerse en práctica, enteramente una fortaleza de esa reforma fue la de haberse planteado por primera vez el concepto de destrezas y la necesidad de planificar el currículo a través de ellas y no desde los contenidos de asignatura.

Con la Actualización y Fortalecimiento Curricular de la Educación General Básica (AFCEGB) del año 2017, producto de la evaluación del año 2010 sobre el currículo de 1996, en el área de Matemáticas se enfatizó el desarrollo de destrezas en un contexto definido a través de la resolución de problemas relacionados con la vida cotidiana, en base a conocimiento de conceptos y un adecuado desarrollo de procesos. De esta manera, el aprendizaje adquiere un sentido práctico y funcional para los estudiantes.

La AFCEGB propuso también fortalecer mediante demostraciones y aplicaciones matemáticas, el razonamiento para la resolución de problemas, que evolucionan de lo más simple a lo más complejo. Todo el proceso se acompaña con el desarrollo de la habilidad de representar gráficamente y la habilidad de comunicar los hallazgos de manera clara, sencilla y eficiente (Ministerio de Educación del Ecuador, 2013).

El currículo educativo actual, basándose en algunos principios de la pedagogía crítica, ha adoptado una visión holística del estudiante. Desde esta perspectiva, se concibe a cada niño/a como un ser completo, reconocido por sus potencialidades únicas que le permiten desarrollar diversas habilidades en diferentes áreas al mismo tiempo. Esta aproximación se sustenta en la idea de las "Inteligencias Múltiples", reconociendo que los estudiantes poseen capacidades y talentos diversos, y que el proceso educativo debe fomentar y nutrir esta riqueza individual para un aprendizaje más completo y significativo.

De acuerdo a esta política de Estado, la orientación, por parte del maestro para con el estudiante, debe centrarse en el desarrollo de todas sus potencialidades, con el fin de propiciar la formación de un ser integral que sea capaz de saber hacer, de saber ser. Para plasmar esa visión es necesario que el docente, se informe, se documente, investigue las formas de aprender que poseen los estudiantes para que las estrategias que utilicen fortalezcan la aplicación del currículo y el aprendizaje se vuelva significativo y no una mecánica reproducción de procesos matemáticos.

La enseñanza de matemáticas en el tercer milenio exige cambios acelerados en la metodología y los contenidos; no es posible que un ciudadano de la aldea global siga pensando como ciudadano industrial o de la era de la ilustración; la sociedad del conocimiento enfrenta situaciones evolutivas en todos los campos, tales como la ciencia y la tecnología; las herramientas y las maneras de hacer y comunicar la matemática evolucionan constantemente, por esta razón tanto el aprendizaje como la enseñanza de las matemáticas deben estar enfocados en el desarrollo de las destrezas con criterios de desempeño necesarias para que el estudiantado sea capaz de resolver problemas cotidianos, a la vez que se fortalece el pensamiento lógico y crítico. El saber matemáticas, además de ser satisfactorio es necesario para poder interactuar con fluidez y eficacia en un mundo matematizado.

Parece ser una opinión generalizada de que las matemáticas son fundamentales en la preparación de toda persona. Es posible avanzar en la búsqueda de un consenso sobre los contenidos y modos de enseñanza a partir de un análisis cuidadoso de los elementos que, de manera quizás intuitiva, subyacen en la opinión sobre la importancia de esta asignatura. El aprendizaje de las matemáticas está fuertemente ligado con aspectos “motivacionales” y del ánimo de los profesores al preparar su tratamiento individual de cada tema.

En cumplimiento con la misión de educar con “calidad y calidez” buscando lo mejor para los estudiantes, es importante innovar en los procesos metodológicos de enseñanza el pensamiento lógico-matemático en el aprendizaje para potencializar los perfiles tanto profesionales como de egreso de los estudiantes.

La consigna: “Renovarse o morir” no puede ser obviada en el campo educativo, toda vez que las nuevas generaciones deben contextualizar sus aprendizajes, de acuerdo a las necesidades sociales e individuales de cada educando.

C

Capítulo 1.

EL PENSAMIENTO

Contenido

Introducción

Según Arenas (2010) El pensamiento es la función más compleja y elaborada del psiquismo. Es aquella que permite crear y comunicar ideas, consiste en un flujo de ideas, símbolos o asociaciones dirigidos hacia una meta. De este concepto surge la noción de que es una actividad mental compleja que implica la elaboración de ideas, conceptos, juicios, y razonamientos. Es el proceso mediante el cual la mente procesa, organiza, y comprende la información, permitiendo la toma de decisiones, la resolución de problemas, la creatividad, la planificación, y la reflexión. El pensamiento abarca diferentes formas, como el pensamiento lógico, crítico, abstracto, creativo, y lateral, y es fundamental para la cognición humana y el comportamiento adaptativo.

Con el antecedente noseológico del pensamiento se lo enfoca más específicamente como crítico, concepto que no es algo nuevo, sino que ya se considera fundamental en la filosofía antigua. Es el pensamiento de los interrogantes: ¿por qué las cosas son así?, ¿por qué las cosas no pueden ser de otro modo? ¿por qué alguien puede querer que las cosas sean así? Es la estructura básica del método mayéutica de Sócrates. Se presenta al principio de los sistemas filosóficos que va construyendo la humanidad para interpretar lo que va más allá de lo visible (metafísica). Según Sócrates, por una parte, no se trata tanto de aprender por aprender y acumular saberes, sino de poner críticamente en tela de juicio lo que se sabe e ir construyendo la verdad (Sócrates 430-399, a.C.). Por otra parte, plantea que se ha de hacer uso del pensamiento crítico desde el punto de vista del autoconocimiento personal, al tener a la vez un valor social, puesto que su interlocutor es el otro (Paul & Elder, 2007).

Según Oliveros E. (2002), el pensamiento lógico matemático es eminentemente deductivo, incluso algunos autores lo definen como tal, mediante este pensamiento se van infiriendo o asegurando nuevas proposiciones a partir de proposiciones conocidas, para lo cual se usan determinadas reglas establecidas o demostradas. El uso del pensamiento lógico no solo posibilita la demostración de muchos teoremas matemáticos, sino que permite de forma general analizar y encauzar muchas de las situaciones que nos presentan en la vida diaria.

El pensar de forma lógica hará reflexionar de manera razonada, para dar soluciones a problemas de un modo más eficiente; el poder manejar información y representarla, se aprende a ser analítico y deductivo para comprender los sistemas numéricos.

Piaget y Teóricos (1976) afirma sobre del pensamiento lógico. - El pensamiento lógico del niño evoluciona en una secuencia de capacidades evidenciadas cuando el niño manifiesta independencia al llevar a cabo varias funciones especiales como son las de clasificación, simulación, explicación y relación. Sin embargo, estas funciones se van rehaciendo y complejizando conforme a la adecuación de las estructuras lógicas del pensamiento, las cuales siguen un desarrollo secuencial, hasta llegar al punto de lograr capacidades de orden superior como la abstracción. Es en esa secuencia, que el pensamiento del niño abarca contenidos del campo de las matemáticas, y que su estructura cognoscitiva, puede llegar a la comprensión de la naturaleza deductiva (de lo general a lo particular) del pensamiento lógico.

El pensamiento lógico matemático es uno de los ejes del pensum de estudio, pues constituye uno de los pilares del ámbito cognitivo de los seres humanos junto con el desarrollo del lenguaje.

El conocimiento en esta área es fundamental para que el niño o niña logre un buen desempeño en su futuro, desde el punto de vista laboral, cultural, técnico, científico y por supuesto en su vida cotidiana (Gómez, 2002).

Para desarrollar el pensamiento lógico – matemático se deben considerar los siguientes aspectos.

Espacios para armar, desarmar y construir.

Espacios para realizar juegos simbólicos, representaciones e imitaciones.

Espacios para comunicar, expresar, y crear.

Espacios para jugar al aire libre.

Espacios para descubrir el medio físico y natural.

Es importante enmarcar que el pensamiento lógico matemático es de suma importancia para el desarrollo, físico, intelectual del niño / niña. De forma general “se entiende como lógico el pensamiento que es correcto, es decir, el pensamiento que garantiza que el conocimiento mediato que proporciona se ajusta a lo real”.

El pensamiento es la actividad y creación de la mente, aquello que se trae a la existencia mediante el intelecto. El término es comúnmente utilizado como forma genérica que define todos los productos que la mente puede generar incluyendo las actividades racionales del intelecto o las abstracciones de la imaginación; todo aquello que sea de naturaleza mental es considerado pensamiento, bien sean estos abstractos racionales creativos, artísticos, otros. (Vallejo, 2008)

1.1 Tipos de pensamientos

Pensar, es un proceso complejo que no está claramente explicado; sin embargo, con fines prácticos y de investigación, se elaboran modelos hipotéticos explicativos que pueden ser conceptuales u operacionales. Existen diversidad de modelos, muchos de los cuales se diferencian por la concepción teórica y especialmente psicológica del fenómeno cognitivo. Algunos modelos, denominados componenciales, involucran la descomposición del proceso en componentes y el establecimiento de relaciones entre éstos. De acuerdo con Sánchez, 2002 este proceso genera una tipología que vale entenderla para desarrollarla con precisión. Simón, 1985 describe el pensamiento en términos de tres mecanismos principales: 1) el reconocimiento de un sistema de índices que dan acceso a la información almacenada en la memoria de larga duración; 2) un sistema para la búsqueda selectiva de medios afines, el cual es capaz de resolver problemas e inducir reglas, y 3) un sistema de construcción de representaciones de dominios de nuevos problemas, a partir de la descripción de estos dominios en lenguaje natural.

El ser humano desarrolla a lo largo de su vida, diferentes formas de pensar con las que resuelve los problemas de la vida cotidiana. Estas formas de pensar constituyen las herramientas básicas para el desarrollo de competencias denominadas Operaciones Intelectuales. Entre las diferentes formas de pensamiento se evidencian:

Imaginación: Se trata de un pensamiento relativamente simple como es el hecho de recordar un suceso pasado o representar imágenes mentales que no están presentes.

Toma de decisiones: Se trata de un pensamiento de mayor complejidad. Aquí se recurren a varios datos de experiencias propias y motivaciones, así como a la valoración de factores intervinientes sobre un asunto a dilucidar. Después de un análisis exhaustivo se seleccionó la opción que con más fundamento.

Argumentación: Cuando se rebaten opiniones o creencias, la mente empieza a elaborar una serie de juicios, razonamientos o justificativos para sostener aquello que se considera una verdad.

Solución de problemas: Se trata de un tipo de pensamiento más complejo que los anteriores. Aquí el sujeto se enfrenta ante dilemas, sea estos de tipo cognitivo o experiencial, frente a los cuales debe aplicar sus operaciones mentales para comprender el problema, analizar los elementos implicados en él y buscar una respuesta o solución a lo que le inquieta.

Los expertos han diseñado numerosas estrategias heurísticas y algoritmos para aprender a solucionar problemas de manera eficaz.

1.1.1. Pensamiento crítico

El pensamiento crítico es esencialmente evaluativo. Se caracteriza por el establecimiento de criterios para juzgar las creencias y acciones, mediante una actitud de escepticismo reflexivo.

1.1.2. Pensamiento creativo

Sucede a veces que cuando se enfrentan determinados problemas no es posible resolverlos por las vías convencionales, sino mediante la aplicación de un pensamiento nuevo, original, que rompe con los enfoques comunes, la creatividad, es entonces aplicada, por cuanto constituye la máxima expresión de las capacidades cognitivas por su carácter innovador y hasta revolucionario.

1.1.3. Pensamiento reflexivo

Los valores del pensamiento reflexivo han sido reconocidos y expuestos por uno de sus grandes estudiosos Dewey (1970). Este pedagogo norteamericano, en un libro titulado “Cómo pensamos”, reconoció en el pensamiento reflexivo los siguientes valores:

- °Orienta la acción hacia un objetivo consciente.
- °Facilita una acción sistemática.
- °Anima a buscar significado a las acciones y/o situaciones.
- °Facilita el control sobre el pensamiento y la acción.

El pensamiento reflexivo se vale de las diversas formas de representación y expresión de las ideas para hacerlas visibles y esta visibilidad contribuye a mejorar la conciencia sobre el propio proceder, las propias expectativas o las esperanzas. Dicho brevemente el pensamiento reflexivo anima el registro de ideas y su posterior revisión. Este registro y revisión produce un efecto de sistematización en todo el quehacer del sujeto de la educación (estudiante).

1.1.4. Pensamiento analítico

El pensamiento analítico ayuda a encuadrar o cuadricular la realidad para poder llegar a pensarla mejor. Así el pensador analítico crea una forma de representación de la realidad basada en casillas claramente diferenciadas y homogéneas. Conviene recordar esto porque con frecuencia la familiaridad con algunas representaciones y no la realidad. Justo lo que les ocurre a los niños cuando están aprendiendo y tienen dificultad para reconocer que las líneas trazadas sobre el mapa son líneas imaginarias. Así pues, la claridad y precisión de las ideas, tan del gusto del pensamiento analítico, se obtiene mediante la utilización de algunos recursos sencillos como las “coordenadas cartesianas”. Ahora bien, el “encasillamiento” de la realidad solo marca el lugar en el que habrá que profundizar, esto es, el lugar cuyas “variaciones “conviene”, por eso a las “casillas” que marcan ese lugar se les denomina “variables”. Una vez identificadas las variables el pensamiento analítico nos permite obtener “datos”.

1.1.5. Pensamiento lógico

El pensamiento lógico es, ante todo, una forma ordenada de expresar ideas y es, precisamente, esa expresión ordenada la que puede llevar a quien aprende al convencimiento de que se tiene razón. Cuando se usan expresiones como “parece lógico o “no es lógico”, o “carece de toda lógica”, el deseo es comunicar a otras personas que, lo que ha ocurrido se corresponde (o no) con las propias expectativas sobre lo que se podía esperar. Lo ocurrido sigue (o no sigue) un orden. Pensar lógicamente es, ante todo, obtener nuevas ideas, a partir de ideas existentes, siguiendo las reglas precisas, esto es razonar. Razonar es conducir el flujo de las ideas propias siguiendo un orden preciso, fijado por las reglas que configuran el sistema lógico adoptado. En consonancia con lo anterior, el razonamiento o inferencia, es un producto del pensamiento lógico.

1.1.6. Pensamiento sistémico

El pensamiento sistémico es la vía por la que se accede a las realidades complejas, a las realidades que desaparecen cuando se fragmentaron. El pensamiento sistémico es el puente hacia otra realidad, que forma parte de la realidad real, pero que resulta ininteligible para los otros modos del pensamiento. Una realidad cualquiera puede ser considerada como un sistema cuando sólo es posible comprenderla como unidad y a partir de las interacciones que se producen entre sus componentes y de la forma en que esas interacciones llegan a estar organizadas, un sistema según Ackoff (2007), no es la suma de sus partes, sino el producto de sus interacciones.

1.1.7. Pensamiento analógico

El pensamiento analógico busca permanentemente similitudes entre cosas y situaciones que aparentemente son diferentes, y busca diferencias entre cosas y/o situaciones que aparentemente son similares. El pensamiento analógico es un componente esencial en muchas actividades humanas, especialmente en las actividades relacionadas con el aprendizaje académico y/o profesional. Es un modo de pensamiento que hace de la búsqueda permanente de analogías, de comparaciones y de su razón de ser. Pensar analógicamente es ordenar ideas de tal modo que se puedan establecer comparaciones entre ellas y, de este modo, lograr que una parte de la realidad actúe como metáfora o como modelo de otra.

1.1.8. Pensamiento deliberativo

El pensamiento deliberativo es el modo de pensar que conviene desarrollar en la adopción de decisiones, cuando estas decisiones no solo comportan problemas de racionalidad, sino problemas de bondad, esto es cuando las decisiones no pueden ser “calculadas” pero sí “deliberadas”. Esto significa que el pensamiento deliberativo nos conduce hasta la adopción de una decisión, pero lo hace habitualmente no con la forma de un “cálculo de criterios y/o de valores” esto es con una forma de proceder mucho más compleja que las anteriores. En el modo de pensar deliberativo como en el resto de los modos de pensar, las ideas que alimentan el pensamiento se ordenan de forma singular, la singularidad de ese pensamiento reside, además de en ese ordenamiento, en la incorporación crucial de los valores, los criterios, los principios, las normas etc.

1.1.9. Pensamiento práctico

El pensamiento práctico ayuda a superar todas aquellas situaciones en las que parece necesario y/o conveniente desarrollar alguna acción, sea esta para resolver un problema, introducir una mejora o evitar que la situación empeore, éste persigue la creación de “rutinas útiles”, es decir el encadenamiento de acciones cuyos resultados finales son deseables.

1.2. Fases y áreas del pensamiento

A lo largo de la historia, estudiosos de diversas disciplinas han analizado las etapas y dimensiones del pensamiento humano, permitiéndonos comprender mejor cómo percibimos, procesamos y aplicamos información en nuestro día a día. Mediante un enfoque detallado en las distintas fases y áreas del pensamiento, este apartado busca arrojar luz sobre la complejidad y diversidad del proceso cognitivo, su papel crucial en la toma de decisiones y la resolución de situaciones tanto cotidianas como profesionales.

1.2.1. Fases del pensar

El modelo de aprendizaje para todas las enseñanzas se fundamenta en las fases y funciones del pensamiento y sus expresiones inherentes a la persona humana, que en la práctica deductiva se constituye a partir de la complementariedad. Según el pedagogo español García Hoz (1983), las fases o áreas del pensamiento y la expresión se sintetizan en las siguientes funciones o actividades intelectuales del pensamiento.

Fase perceptiva (atención, percepción), en la que el sujeto se encuentra dispuesto a recibir los primeros estímulos;

Fase reflexiva (pensamiento analítico, sintético, conceptual, solución de problemas), se refiere al conjunto de actividades intelectuales con las que el sujeto analiza los datos recibidos y los relaciona con los conocimientos anteriores.

Fase creativa (imaginación, fantasía, creatividad), la que supone la ampliación de los conocimientos en virtud de estímulos internos al sujeto.

Fase retentiva (aprendizaje memoria), la que supone la fijación e incorporación al patrimonio cognoscitivo;

Fase expresiva verbal (comunicación verbal), se refiere a la manifestación externa del proceso cognitivo;

Fase expresiva práctica o no verbal (productividad, comportamiento relacional y social),

llamada fase aplicativa, donde el conocimiento se une con la actividad externa del sujeto, bien de tipo técnico y artístico bien de tipo ético.

1.2.1.1. Fase perceptiva del pensamiento

El proceso de aprendizaje empieza por ser una función receptiva cuyas actividades intelectuales básicas son la observación, la audición y la lectura. Se caracteriza porque la persona se muestra dispuesta a recibir los primeros estímulos para su aprendizaje y de hecho interactúa con los diferentes estímulos que llegan del mundo exterior.

Las funciones de esta fase se agrupan en dos categorías: una referente a la preparación de las recepciones de los estímulos, y la otra referente a la verdadera y propia percepción. Permiten al organismo interactuar adecuadamente con los múltiples estímulos que provienen del mundo exterior, utilizando los pertinentes, articulando, interpretando y organizando de manera significativa sus aspectos parciales y globales, dejando al fondo los no pertinentes o perturbadores.

1.2.1.1.1. Área perceptiva

Habilidades que forman la función de la atención

La selectividad.

La habilidad de resistencia a la distracción.

La habilidad de compartir.

La habilidad de atención dividida o multiplicada.

Habilidades que componen la función de la percepción.

Análisis perceptivo.

Síntesis perceptiva.

Percepción espacial.

Constancia perceptiva.

Percepción figura-fondo.

Fusión audio-visual.

Discriminación táctil, olfativa gustativa e integración con otras.

1.2.1.2. Fase reflexiva del pensamiento

Está formada por el conjunto de las actividades intelectuales mediante las cuales las personas analizan los datos recibidos por los estímulos, y los relaciona entre sí y con sus conocimientos previos. En esta fase se da el complejo proceso de formación de los conceptos. Justamente es la reflexión la que califica como humano al aprendizaje sacándole del reduccionismo conductista del estímulo-respuesta, porque la respuesta del ser humano al estímulo externo no es automática sino basada en la actividad reflexiva. Por tanto, es menester un nuevo modelo de aprendizaje que se expresa como Estimulación—Elaboración—Expresión.

Todas las funciones del área reflexiva se pueden agrupar en dos grandes categorías: el análisis de cada uno de los elementos del conocimiento y su integración. Constituyen las siguientes funciones específicas: análisis, integración de datos y formación de conceptos que comprende: comparación por semejanza y diferencia, ordenación, clasificación, inferencia, síntesis, valoración e interpretación crítica de conceptos, resolución de problemas.

1.2.1.2.1. Área reflexiva**Funciones de pensamiento y conceptualización**

- Pensamiento lógico.
- Pensamiento operativo-abstracto.
- Razonamiento inductivo o hipotético-deductivo.
- Razonamiento abstracto y pensamiento inferencial.

Función de resolución de problemas

- Pensamiento alternativo.
- Pensamiento estratégico o medio-fin.
- Pensamiento secuencial.
- Pensamiento analógico.
- Pensamiento causal.

1.2.1.3 Fase creativa del pensamiento

Según García Hoz, la creatividad es una actividad tan compleja que resulta muy difícil encerrarla en una definición. Sin embargo, podemos asumir como idea universalmente compartida el hecho de que la creatividad no es un don poseído por pocos, sino una propiedad que todos los hombres poseen en mayor o menor grado y que por consiguiente se debe cultivar en todos los alumnos, desde el comienzo de su escolarización.

En esta fase se pone en evidencia el hecho de que el soporte cognoscitivo del alumno se amplía también en virtud de los estímulos interno del alumno mismo. Su cerebro está en la función creativa en sentido estricto, mientras que las distintas funciones están unidas de manera tangencial. Se caracteriza porque los conocimientos adquiridos se transforman en elementos activos para nuevos aprendizajes que surgen como resultado de la auto estimulación del aprendiz que se manifiesta de cuatro actividades fundamentales: la extrapolación, la imaginación fantástica y la creatividad.

La extrapolación como función hace de puente entre la fase reflexiva y la creativa, y consiste en la extensión de las tendencias más allá de la información recibida, con el propósito de extraer las consecuencias, los efectos, las implicaciones y los corolarios, haciendo uso del pensamiento secuencial. La imaginación fantástica es una facultad que facilita la producción de imágenes mentales (representaciones visuales, auditivas, olfativas, o cenestésicas), que derivan al interior de la persona y son perseguidas como tales. Por otra parte, la creatividad o capacidad de crear, permite encontrar relaciones y soluciones novedosas partiendo de esquemas mentales e informaciones ya conocidas, mediante un pensamiento divergente. Por último, las habilidades específicas en que se manifiesta la creatividad son: la fluidez ideativa o simbólica, la flexibilidad intelectual y la originalidad.

1.2.1.3.1 Área creativa**Habilidades que componen la función de productividad “divergente”**

- Fluidez idéntica o simbólica.
- Flexibilidad.
- Originalidad.

Habilidades que componen las funciones de imaginación y fantasía

- Producción y registro de imágenes y fantasía;
- Visualización de movimientos de objetos en el espacio;

- Capacidad de formular conceptualizaciones abstractas en modalidades visuales;
- Capacidad de imaginación.

1.2.1.4. Fase retentiva del pensamiento

Esta fase tiene que ver con la memorización, con el uso de la memoria de manera inteligente. “Algo se debe también decir respecto de la memoria”. Mirando con un poco de humor las modas pedagógicas, la memoria parece como un elemento fundamental en toda la historia de la educación, hasta que en el siglo XX hubo algo así como un ataque general contra la memoria. De ser objeto de universal aprecio en los medios populares se decía “tiene buen memoria” como expresión equivalente a tener inteligencia, pasó a ser despreciada como “la inteligencia de tontos” lo peor que se podía decir de un método de enseñanza es que era memorista, porque lo que acontece en un combate, en pro y en contra de la memoria, es que se fundamenta en un lamentable error, el confundir la memoria con el memorismo, es decir, el uso razonable de una facultad humana con su concepto reduccionista y abuso de tal facultad. Sin memoria no hay posibilidad de vida humana, pero la memoria solo no es equitativa a pensamiento” (García Hoz, 1988, pp. 258–259).

El concepto de memoria hace referencia a la capacidad de la mente humana de mantener información de diversos tipos cuando los estímulos no están presentes, ya sea durante períodos breves de tiempo o durante toda la vida de los organismos. El concepto de memoria está estrechamente relacionado con el de aprendizaje, por cuanto el aprendizaje empieza por ser una función receptiva, cuyo material se debe fijar en la mente del aprendiz.

1.2.1.4.1. Área retentiva

- Memoria espontánea.
- Memoria intencional.
- Memoria semántica.
- Memoria icónica.
- Reclamo de la huella nemística.

1.2.1.5. Fase expresiva verbal

Se trata de la forma expresiva más simple, que puede ser de tipo oral o escrito y que indica la primera reacción que se manifiesta en el exterior después de haber adquirido un aprendizaje (García, 1977). Constituye la manifestación externa del resultado de un proceso cognoscitivo y es la expresión humana por excelencia, la comunicación a través del lenguaje verbal. Los profesores que proponen estimular el desarrollo de las capacidades expresivas-verbales, orales o escritas, deben considerar que; en primer lugar, se necesita la adquisición de las competencias gramaticales, sintácticas y semánticas, habilidades necesarias tanto para la expresión oral como para la escrita. Para que los aprendices se adueñen de las habilidades básicas de la expresión oral, en un inicio aprenderán adecuadamente a usar la respiración diafragmática para emitir correctamente los sonidos que componen las palabras. Luego se debe formar habilidades más complejas, como la fluidez verbal y el uso de paralingüismo.

1.2.1.5.1. Área expresiva verbal

Habilidades que componen la función de comunicación lingüística

- Competencias fonatorias.
- Competencias articulatorias.
- Competencias gramaticales morfológicas.
- Competencias sintácticas.
- Competencias semánticas.
- Fluidez verbal.
- Competencias pragmáticas.

1.2.1.6. Fase expresiva práctica o no verbal

Esta fase podría llamarse aplicativa, porque en ella el conocimiento se une con la actividad externa o material del individuo, bien de tipo técnico y artístico, bien de tipo ético. Se caracteriza porque los conocimientos y las habilidades mentales adquiridas, en la vida del aprendiz se constituyen en elementos no solo del conocer sino también del hacer.

Las funciones o actividades intelectuales que corresponden a esta fase son la expresión corporal, la motricidad y la expresión artística a través de la expresión plástico-pictórico y la expresión musical. Las funciones del área expresiva práctico o no verbal, ubican a la persona en condiciones de moverse en el contexto social al que pertenece, y de actuar de modo productivo en él, interactuando con las demás personas con los que convive en el mismo contexto y con el medio físico.

1.2.1.6.1 Área expresiva práctica

- Habilidades que componen la función y expresión corporal.
- Habilidades que componen la función de expresión pictórico-plástica.
- Habilidades que componen la función de expresión musical.
- Habilidades que componen la función de expresión corporal.
- Habilidades que componen las funciones motrices.
- Habilidades que componen la función lúdica.
- Habilidades que componen las funciones relacionales y sociales.
- Habilidades que componen la función de productividad laboral.

1.3. Habilidades básicas del pensamiento

¿Qué son las habilidades básicas del pensamiento?, Guevara (2000), señala que son aquellas habilidades de pensamiento que sirven para sobrevivir en el mundo cotidiano, tienen una función social y visto de esta manera es importante que el estudiante no la haga a un lado. Lo que debe quedar claro es que no son suficientes en el nivel universitario.

Las habilidades básicas del pensamiento se ven como un puente o trampolín para las habilidades analíticas; es decir, deben servir de apoyo para comenzar a precisar algunas cuestiones de las habilidades Analíticas del Pensamiento (HAP), (Revelo, 2009).

1.4. Componentes para tener interés por la reflexión

La reflexión como parte de las habilidades de pensamiento requiere una serie de procesos que requieren ser estudiados para mejorar esta capacidad tan sub utilizada en los procesos comunicacionales de la actualidad. La inmediatez de la comunicación inhibe la reflexión ya que lo importante es tener la respuesta pronta, sea o no valedera, por ello en este capítulo se tratarán los elementos epistemológicos del proceso reflexivo.

Según Cohen (2003) “el pensamiento se define como la derivación mental de elementos (pensamientos) a partir de las percepciones y como la manipulación y combinación de estos pensamientos” (Villaroel, 1994). Para Merani (2004); “es la secuencia de procesos mentales de carácter simbólico, estrechamente relacionados entre sí, que comienzan con una tarea o problema y llega a una conclusión o solución” (Díaz, 2013).

Curiosidad básica. - Parte de los sentidos y permite los primeros niveles de atención, es connatural.
Sentimiento de importancia. - Responde al trasfondo de cada quien, incluye los valores, emociones y los que resulta tener significado para el estudiante. Aquí se conecta con el aprendizaje significativo abarcando dos aspectos: por un lado, un aprendizaje que responde al propio interés y por otro lado el aprendizaje que queda anclado en el conocimiento previos. Es necesario detectar donde muchos elementos del trasfondo son propios o enajenados.
Representación abstracta. - Es una operación intelectual de segundo orden, pues le antecede primero la representación concreta ligada al acto sensorial.

1.5. Cinco habilidades básicas del pensamiento**1.5.1. La observación**

Es el proceso mental de fijar la atención en una persona, objeto, evento o situación, a fin de identificar sus características, cuando se es capaz de fijar la atención, entonces se pueden observar las características del objeto observado, este puede ser archivado de modo que sean útiles y recuperables en el momento que se desee. La observación tiene dos momentos:

- Un momento concreto
- Un momento abstracto

El momento concreto tiene que ver con el uso de los sonidos para captar las características de la persona, objeto, evento o situación y el momento abstracto tiene que ver con la reconstrucción de los datos en la mente.

La observación también puede ser directa o indirecta. La observación es directa, cuando el objeto que se define indica el uso de los sentidos de la persona que realiza el proceso. La observación es indirecta, cuando el objeto indica la identificación de características de una persona objeto, evento o situación a través de otras personas o medios de comunicación.

¿Qué hacer para observar?

1. Identificar el objeto.
2. Definir el propósito.
3. Fijar la atención en las características relacionadas con el propósito.
4. Darse cuenta del proceso.

1.5.2. La comparación

El proceso de comparación es una extensión de la observación, puede realizarse entre dos o más personas, objetos, eventos o situaciones, entre la persona, objeto, evento o situación misma y el aprendizaje previo, en ambos casos el proceso es similar. Cuando se pretende comparar, se identifican primero los elementos comunes o los elementos únicos que puede haber entre las personas, objeto, eventos o situaciones.

El proceso de comparar consiste en el establecimiento de diferencias y semejanzas entre personas, objetos, eventos o situaciones, el establecimiento de semejanzas permite generalizar, el de diferencias el particularizar y como consecuencia de ambos comparar.

¿Qué se hace para establecer diferencias?

Definir el propósito de la comparación.

Establecer las variables.

Fijar la atención en las características relacionadas con las variables.

Darse cuenta del proceso de comparación.

¿Qué se hace para establecer semejanzas?

Definir el propósito de la comparación.

Establecer las ventajas.

Fijar la atención en las características relacionadas con las variables (observación).

Identificar las semejanzas.

Darse cuenta del proceso de comparación.

1.5.3. La relación

El proceso de relación se da una vez que se obtienen los datos, producto de la observación y de la comparación, la mente humana realiza abstracciones de esa información y establece nexos entre los datos: entre los informes, las experiencias previas y teorías. Establecer relaciones es conectar los resultados de la exploración, vincular información y por lo tanto realizar una habilidad de pensamiento un poco más compleja que las anteriores.

De este modo, las relaciones surgen del proceso de comparación, que pueden expresar equivalencias, similitudes o diferencias y utilizar expresiones como mayor que (>), igual que (=) y menor que (<).

¿Qué se hace para establecer relaciones?

1.- Definir el propósito de la relación.

2.- Establecer las variables.

3.- Fijar la atención en las características relacionadas con las variables (Observación).

4.- Identificar las diferencias y semejanzas. (Comparación).

5.- Identificar nexos entre lo comparado.

6.- Establecer las relaciones.

1.5.4. La clasificación

El poder identificar semejanzas y diferencia constituye una habilidad previa requerida para comprender y aplicar el proceso de clasificación. La clasificación es un proceso mental que permite agrupar personas, objetos, eventos o situaciones con base en sus semejanzas y diferencias, es una

operación epistemológica fundamental.

En este sentido, la clasificación permite identificar personas, objetos, eventos o situaciones que jamás se han visto, identificar conceptos y plantear hipótesis, lo que le permite realizar dos tipos de operaciones mentales:

Agrupar conjuntos de personas, objetos, eventos o situaciones en categorías denominadas clases.

Establecer categorías conceptuales, esto es denominaciones abstractas que se refieren a un número limitado de características de las personas, objetos, eventos o situaciones directamente, por ejemplo, los conceptos de psicólogos, informáticos, agricultores, perecederos, climatólogos, sobrenaturales, deportivos, musicales, etc.

¿Qué se hace para clasificar?

Definir el propósito de la clasificación.

Establecer las variables.

Fijar la atención en las características relacionadas con las variables.

Identificar las características esenciales.

Identificar la clase a la que pertenecen.

Formular la clasificación.

Darse cuenta del proceso de clasificar.

1.5.5. La descripción

Describir es darse cuenta de lo que se observa, se compara, se conoce, se analiza, otros. En un primer nivel de conocimientos, describir consiste en dar cuenta de las características de una persona, objeto, evento situación. En el nivel reflexivo de pensamiento (analítico) también se describen las relaciones, las causas y sus efectos, los cambios que se presentan en esos objetos, situaciones y fenómenos.

La descripción es el proceso mediante el cual se informa de manera clara, precisa y ordenada las características del objeto de la observación. Se puede describir de lo general a lo particular, de lo inmediato a lo mediato, dependiendo del propósito de la descripción.

Frecuentemente el producto de la observación se expresa en forma oral o escrita, por lo que la calidad de la información estriba de la claridad del lenguaje utilizado y de cómo se presentan los datos, se debe seguir un orden y utilizar un lenguaje claro y preciso

¿Qué hacer para describir?

Definir el propósito de la descripción.

Elaborar las preguntas guía relacionadas con el propósito.

Fijar la atención en las características relacionadas con las preguntas.

Describir ordenadamente.

Listar características.

Darse cuenta del proceso de describir.

1.6. Resumen del capítulo

Vale entonces recapitular sobre ¿Qué es el Pensamiento?, aunque no es fácil dar respuesta a la inquietud planteada, pues el pensamiento todavía es un misterio para la ciencia. Es verdad que en los últimos años se han logrado avances asombrosos para comprender la naturaleza de esta función

mental, pero todavía existen muchas incógnitas que merecen respuestas claras: ¿En qué consiste el pensamiento? ¿Cómo pensamos? ¿Qué relación existe entre el pensamiento y el cerebro? ¿Son diferentes pensamiento e inteligencia?

Aunque el presente texto no pretende ser un manual teórico del pensamiento, es importante para tener por lo menos un dominio básico sobre algunas conceptualizaciones iniciales, lo que es la esencia de este primer capítulo. El término pensar comprende varias actividades mentales ordenadas o desordenadas, y describe las cogniciones que tienen lugar durante el juicio, la elección, la solución de problemas, la fantasía, la creatividad e inclusive los sueños. Todos los seres humanos están en la capacidad de mantener una actividad pensante, ya sea cuando se toman decisiones, se defiende una opinión, cuando se reflexiona sobre un dilema o cuando se enfrenta un problema.

C

Capítulo 2.

APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LAS MATEMÁTICAS

Introducción

No todos los autores están de acuerdo en lo que significa aprender matemáticas, ni en la forma en que se produce el aprendizaje. La mayoría de los que han estudiado el aprendizaje de las matemáticas coinciden en considerar que ha habido dos enfoques principales en las respuestas a estas cuestiones. El primero históricamente hablando tiene una raíz conductual, mientras que el segundo tiene una base cognitiva.

Los enfoques conductuales conciben aprender como cambiar una conducta. Desde esta perspectiva, un alumno ha aprendido a dividir fracciones si realiza correctamente las divisiones de fracciones. Para lograr estos aprendizajes, que suelen estar ligados al cálculo, se dividen las tareas en otras más sencillas: tomar fracciones con números de una sola cifra, después pasar a otras con más cifras, por citar un ejemplo.

Los enfoques cognitivos consideran que aprender es alterar las estructuras mentales, y que puede que el aprendizaje no tenga una manifestación externa directa. Así, un alumno puede resolver problemas de división de fracciones (ha aprendido el concepto de división de fracciones) aunque no sepa el algoritmo de la división de fracciones. Para lograr aprendizaje, que suelen estar ligados a conceptos, los cognitivistas plantean diversas estrategias, como la basada en la resolución de problemas, o en el empleo de diversos modelos del concepto: partir una unidad según una fracción (por ejemplo en quintos), y luego hacer divisiones en ella (mitades de ellas, es decir, décimos), nombrando los nuevos elementos (un quinto contiene dos décimos), posteriormente simbolizar estas divisiones ($1/5:1/10 = 2$, o $1/10:1/5 = 1/2$), y resolver problemas simbólicos relacionados con las dos particiones, así como otros conceptos.

Los enfoques conductuales y cognitivos ofrecen visiones contrastantes, pero complementarias, sobre el aprendizaje matemático, cada uno con implicaciones específicas para la enseñanza y la comprensión de los conceptos matemáticos. A lo largo de este capítulo, se explorarán en mayor profundidad estos enfoques, sus fundamentos teóricos y sus aplicaciones prácticas en el aula, con el objetivo de ofrecer una visión comprensiva y crítica de las diversas formas en que el aprendizaje de las matemáticas puede facilitarse y entenderse en contextos educativos.

2.1. Algunas definiciones necesarias

El proceso de aprender es el proceso complementario de enseñar. Aprender es el acto por el cual un alumno intenta captar y elaborar los contenidos expuestos por el profesor, o por cualquier otra fuente de información. Este aprendizaje se alcanza mediante diversos medios, como técnicas de estudio y trabajo intelectual. Este proceso de aprendizaje es realizado en función de unos objetivos, que pueden o no identificarse con los del profesor y se lleva a cabo dentro de un determinado contexto. (Puga et al., 2016)

Equidad: La excelencia en la educación matemática requiere equidad, unas altas expectativas y fuerte apoyo para todos los estudiantes.

Currículo: Un currículo es más que una actividad: debe ser coherente, centrado en unas matemáticas importantes y bien articuladas a lo largo de los distintos niveles.

Enseñanza: Una enseñanza efectiva de las matemáticas requiere Comprensión de lo que los estudiantes conocen y necesitan aprender, y por tanto les desafían y apoyan para aprenderlas bien.

Aprendizaje: Los estudiantes deben aprender matemáticas comprendiéndolas, construyendo activamente el nuevo conocimiento a partir de la experiencia y el conocimiento previo.

Evaluación: La evaluación debe apoyar el aprendizaje de unas matemáticas importantes y proporcionar información útil para los profesores y los estudiantes.

Tecnología: La tecnología es esencial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; influye en las matemáticas que se enseñan y estimula el aprendizaje de los estudiantes.

La educación es el medio más adecuado para construir la personalidad, desarrollar al máximo sus capacidades, conformar su propia identidad personal y configurar su comprensión de la realidad, integrando la dimensión cognoscitiva, la afectiva y la axiológica. Para la sociedad, la educación es el medio de transmitir y, al mismo tiempo, de renovar la cultura y el acervo de conocimientos y valores que la sustentan, de extraer las máximas posibilidades de sus fuentes de riqueza, fomentar la convivencia democrática y el respeto a las diferencias individuales, de promover la solidaridad y evitar la discriminación, con el objetivo fundamental de lograr la necesaria cohesión social. Además, la educación es el medio más adecuado para garantizar el ejercicio de la ciudadanía democrática, responsable, libre y crítica, que resulta indispensable para la constitución de sociedades avanzadas, dinámicas y justas. Por ese motivo, una buena educación es la mayor riqueza y el principal recurso de un país y de sus ciudadanos. “Primer párrafo del Anteproyecto de la LOMCE (2012)” (Ley Wert): “La educación es el motor que impulsa la competitividad económica y las cotas de prosperidad de un país, lo que representa una de un país; su nivel educativo determina su capacidad de competir con éxito en la arena internacional y de afrontar los desafíos que se planteen en el futuro. Mejorar el nivel de los ciudadanos en el ámbito educativo supone abrirles las puertas a puestos de trabajo de alta cualificación, lo que representa una apuesta por el crecimiento económico y por conseguir ventajas competitivas en el mercado global.

2.2. Consideraciones sobre la enseñanza y aprendizaje

El aprendizaje es el proceso mediante el cual se adquiere una determinada habilidad, se asimila una información o se adopta una nueva estrategia de conocimiento y acción. El aprendizaje es un proceso por medio del cual la persona se apropia del conocimiento, en sus distintas dimensiones: conceptos, procedimientos, actitudes y valores.

El aprendizaje de habilidades es el proceso a través del cual se adquieren o modifican habilidades, destrezas, conocimientos, conductas o valores como resultado del estudio, la experiencia, la instrucción, el razonamiento y la observación. Este proceso puede ser analizado desde distintas perspectivas, por lo que existen distintas teorías del aprendizaje es una de las funciones mentales

más importantes en el humano está relacionado con la educación y el desarrollo personal. Debe estar orientado adecuadamente y es favorecido cuando el individuo está motivado. El estudio del aprendizaje se vincula con disciplinas como la Neuropsicología, la Psicología Educativa y la Pedagogía. El aprendizaje es la habilidad mental por medio de la cual se conoce, adquiere hábitos, se desarrollan habilidades, se forjan actitudes e ideales. Es vital para los seres humanos, puesto que permite adaptarse motora e intelectualmente al medio en el que vive por medio de una modificación de la conducta. El éxito del proceso de enseñanza – aprendizaje radica en la preparación científica por parte del docente, tanto de los contenidos científicos, de una adecuada y reflexiva planificación didáctica, que, conjuntamente con los recursos pertinentes establecerán participaciones que desarrollen el pensamiento y el raciocinio.

El proceso de enseñar es el acto mediante el cual el profesor muestra o suscita contenidos educativos (conocimientos, hábitos, habilidades) a través de unos medios, en función de unos objetivos y dentro de un contexto.

Otra definición muy pertinente es el PEA por procesos, el cual hace énfasis al recorrido crítico y creativo que realizan los alumnos, mediante la investigación – acción y el uso permanente de estrategias cognitivas y metacognitivas, orientado por un currículo contextualizado y flexible en función de la sociedad y del ser humano que se desea formar (Tapia, 2004).

Adicionalmente, Abreu et al. (2018), señala que los procesos de enseñanza y aprendizaje se integran para representar una unidad, enfocada en contribuir a la formación integral de la personalidad del estudiante y en favorecer la adquisición de los diferentes saberes: conocimientos, habilidades, competencias, destrezas y valores.

Como docentes, los autores señalan que el Proceso de Enseñanza-Aprendizaje es una estrategia sistemática que incluye los distintos pares didácticos: profesor-estudiante, enseñanza-aprendizaje, método-contenidos, dentro de un entorno regular para generar aprendizajes cognitivos, procedimentales o actitudinales a través de la mediación de un profesor.

2.3. Aprendizaje significativo de las matemáticas

El objetivo de la enseñanza de las matemáticas no es solo que los niños aprendan las tradicionales cuatro reglas aritméticas, las unidades de medida y algunas nociones geométricas. Su principal finalidad es que puedan resolver problemas y aplicar los conceptos y habilidades matemáticas para desenvolverse en la vida cotidiana. Esto es muy importante en el caso de los niños con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. El fracaso escolar en esta disciplina está muy extendido, más allá de lo que podrían representar las dificultades matemáticas específicas conocidas como DISCALCULIA.

Para comprender la naturaleza de estas dificultades, es necesario conocer cuáles son los conceptos y habilidades matemáticas básicas, cómo se adquieren y qué procesos cognitivos subyacen a la ejecución matemática.

Tradicionalmente, la enseñanza de las matemáticas elementales abarca las habilidades de numeración, el cálculo aritmético y la resolución de problemas. También se consideran importantes la estimulación

de la medida y algunas nociones geométricas.

En una variante de enseñanza de la Matemática, hemos puesto en un primer plano los problemas, de modo que los conceptos adquieren significado en ese contexto, lo que, sin dudas, constituye un punto teórico importante en el aprendizaje significativo.

En los estudios realizados por Ausubel (1983), manifiesta que el aprendizaje significativo surgió como un intento de contrarrestar el aprendizaje repetitivo y el carácter no significativo del aprendizaje. Busca garantizar el establecimiento de relaciones esenciales, evitando el aprendizaje arbitrario. Estas relaciones conectan lo que debe aprenderse con lo que ya está presente en las estructuras cognitivas de la persona que aprende.

Ausubel y sus seguidores consideran, desde el punto de vista cognitivo, que aprender de un modo significativo implica actualizar los esquemas de conocimientos relativos a la situación en consideración. En otras palabras, “poder atribuirle un significado al material objeto de estudio”.

En este tipo de aprendizaje, los esquemas cognitivos del estudiante no se limitan a asimilar la nueva información. Por el contrario, el aprendizaje significativo implica una constante revisión, modificación y ampliación de estos esquemas, lo que genera nuevos vínculos entre ellos. De esta forma, se permite una mayor funcionalidad y una memorización comprensiva de los contenidos asimilados.

La noción del aprendizaje significativo llevó necesariamente a reanalizar el papel que los contenidos juegan en el proceso de enseñanza-aprendizaje, ampliando su alcance para incluir estrategias y distintos procedimientos, tales como el sistema de preguntas para indagar, explorar y observar con carácter científico.

Uno de los principales exponentes de estas teorías es el español Coll (2017) citado por Ochoa & Ochoa (2016) que al reconocer el carácter no espontáneo del aprendizaje significativo fundamenta las condiciones en que este se produce:

- 1.El contenido de la enseñanza debe ser potencialmente desde el punto de vista de su estructuración interna, significatividad lógica, coherencia, claridad y organización. Esta condición no se reduce a la estructura misma del contenido, sino que abarca también la presentación de que él se efectúa que tiene en cuenta los esquemas de conocimientos previos existente en la estructura cognitiva de la persona que aprende.
- 2.El alumno debe disponer del bagaje indispensable para efectuar la atribución de significados o sea disponer de los conocimientos previos necesarios que le van a permitir abordar el nuevo aprendizaje.
- 3.La actitud favorable a la realización de aprendizajes significativos que requiere realizar una actividad cognitiva compleja (seleccionar esquemas previos de conocimientos y aplicarlos a la nueva situación, revisarlos, modificarlos, proceder a su adecuación, etc.) para la cual el alumno debe estar suficientemente motivado.

Como condición primaria del aprendizaje significativo se considera el papel que los contenidos desempeñan en la enseñanza y la importancia de que en la forma de presentarlo se ponga de manifiesto, en mayor o menor medida, su estructura, lo que positiva la autonomía del alumno para enfrentar nuevas situaciones, para identificar problemas, para sugerir soluciones interesantes.

Estas condiciones de la enseñanza aprendizaje para promover aprendizajes significativos apuntan hacia el estudio de la estructura del contenido y determinan aquella que permita al alumno aprender, es decir, poder integrar cada nuevo conocimiento a las estructuras ya formadas para ampliarlas, perfeccionarlas, modificarlas y poder utilizarlas en situaciones concretas. Esto concuerda perfectamente con nuestra posición con relación al aprendizaje y su particularidad específica.

2.4. Metodologías para un aprendizaje significativo

El Aprendizaje Significativo se presenta cuando el estudiante estimula sus conocimientos previos, es decir, que este proceso se da conforme va pasando el tiempo y el pequeño va aprendiendo nuevas cosas. Dicho aprendizaje se efectúa a partir de lo que ya se conoce.

Además, el aprendizaje significativo de acuerdo con la práctica docente se manifiesta de diferentes maneras y conforme al contexto del alumno y a los tipos de experiencias que tenga cada niño o joven. Dentro de las condiciones del aprendizaje significativo, se exponen dos condiciones resultantes de la pericia docente:

- Primero se tiene que elaborar el material necesario para ofrecer una correcta enseñanza y de esta manera obtener un aprendizaje significativo.
- En segundo lugar, se deben estimular los conocimientos previos para que lo anterior permita abordar un nuevo aprendizaje.

La gran dificultad que tienen los docentes, entre otras, es que no se aplican los conocimientos matemáticos al contexto de los educandos: El alumno no siente que la matemática está en su labor diaria; por ejemplo: cuando va a hacer compras al mercado, cuando lee un cuadro estadístico en el periódico, o simplemente cuando realiza labores lúdicas. Ante semejante realidad los profesores de matemática no pueden permanecer pasivos, se deben replantar sus labores educativas teniendo en cuenta, fundamentalmente, los objetivos de la enseñanza de la matemática, los cuales están orientados a dinamizar, a agilizar el raciocinio y desaparecer la falsa imagen del curso difícil, severo y árido que tiene esta materia, en fin, impedir por todos los medios los aprendizajes mecánicos y memorísticos.

Se hace necesario entonces, articular con el saber hacer. No hay conocimiento significativo si no se aplican los nuevos aprendizajes, de ahí la importancia de reformular objetivos, contenidos y sobre todo metodología del proceso enseñanza-aprendizaje de matemática.

Larrazolo et al. (2013) reflexionan sobre el costo económico que representa para una sociedad la falta de literacidad matemática en su ciudadanía. Señalan que, aunque muchas personas saben realizar operaciones aritméticas básicas, no siempre saben cuándo ni cómo aplicarlas. Esto se debe a que no han desarrollado habilidades de razonamiento numérico, limitándose únicamente a la memorización de algoritmos. Con estas limitaciones, muchas personas no son capaces de calcular descuentos, sacar porcentajes, estimar probabilidades, calcular proporciones, dimensionar áreas, comprender gráficos, interpretar estadísticas, leer propiedades técnicas de aparatos e instrumentos; lo cual tiene grandes consecuencias para la capacidad productiva de un país.

Este problema educativo se torna entonces socio económico, reflejando las fallas sistemáticas de un PEA enfocado en contenidos teóricos que dejan a un lado los aprendizajes significativos, las competencias para la vida y los contextos sociales y laborales.

2.4.1. Motivación

Lo primero que deben considerar los docentes al inicio del trabajo en el aula es la parte afectiva. Es fundamental explicar a los alumnos que el aprendizaje del curso de matemáticas es fácil y que, con optimismo, confianza y perseverancia, podrán afrontarlo con éxito y satisfacción. Además, es importante brindarles la confianza necesaria para que sientan que tienen frente a ellos a un amigo mayor a quien pueden consultar sus dudas. En otras palabras, es esencial establecer un trato horizontal que fomente el respeto mutuo y la confianza.

En segundo lugar, es importante evaluar las experiencias previas y aprendizajes anteriores que permitan “engancharse” la nueva información con su estructura cognitiva. La memorización se produce cuando se carece de los conocimientos previos necesarios para que la experiencia de aprendizaje sea potencialmente significativa.

Investigaciones en el campo metodológico señalan que el aprendizaje activo es más eficaz que el aprendizaje pasivo y receptivo. Estas investigaciones destacan que el rol del docente es el de mediador o facilitador de la nueva información, siendo responsable de proponer situaciones pertinentes que motiven y fomenten el autoaprendizaje.

2.4.2. Resolución de problemas

La resolución de problemas debe ser la actividad principal de la educación matemática, teniendo en cuenta que es una ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido, y por tanto se postula que conocer matemáticas es hacer matemáticas. En el mundo científico e intelectual, tan rápidamente cambiante, es más valioso acumular procesos de pensamiento que contenidos, ya que estos pronto se vuelven obsoletos.

Los problemas que suponen la aplicación inmediata de un algoritmo no estimulan la capacidad de raciocinio para construir una estrategia que conduzca a la solución óptima. Resolver problemas matemáticos estimula la capacidad de explorar, formular hipótesis, usar con eficacia métodos y técnicas matemáticas, y razonar lógicamente.

De acuerdo con los recientes aportes de modelos epistemológicos constructivistas, la resolución de problemas constituye una actividad privilegiada para introducir a los estudiantes en las formas propias del quehacer matemático. Lograr que los alumnos desarrollen estructuras de pensamiento que les permitan matematizar es una de las principales metas de la enseñanza matemática actual. Según Alsina (2007) citado por Consejo Suramericano de Educación (2013) esta actividad central en el campo de estudio remite a trabajar la realidad a través de ideas y conceptos matemáticos, fundamentalmente en dos direcciones: a partir del contexto, deben crearse esquemas, formular y visualizar los problemas, descubrir relaciones y regularidades, hallar semejanzas con otros problemas y, trabajando entonces matemáticamente, hallar soluciones y propuestas que necesariamente deben proyectarse de nuevo en la realidad para analizar su validez y significado.

Apoyando estas ideas, de Gascón (2001) citado por Consejo Suramericano de Educación (2013), sostiene que la resolución de problemas tiene la intención de transmitir, de manera sistemática, los procesos de pensamiento eficaces para resolver problemas auténticos.

Tal experiencia debe permitir al alumno manipular objetos matemáticos, activar su capacidad mental, ejercitar su creatividad y reflexionar sobre su propio aprendizaje (metacognición), mientras se prepara para resolver otros problemas, lo que a su vez fomenta la confianza en sí mismo.

Si bien las ventajas didácticas de este método parecen evidentes, es importante aclarar su sentido, ya que la resolución de problemas tiene múltiples usos e interpretaciones que pueden llegar a ser contradictorias. Vilanova et al. (2001), citado por el Consejo Suramericano de Educación (2013), identifica al menos tres aproximaciones.

- a) La resolución como contexto: donde los problemas son utilizados como vehículo al servicio de otros objetivos curriculares, como una justificación para enseñar, motivar o desarrollar actividades. Ello implica una interpretación y aplicación mínima.
- b) Resolver problemas para el desarrollo de habilidades: propuesta que invita a la resolución de problemas no rutinarios, para el logro de una habilidad de nivel superior, adquirido luego de haber resuelto problemas rutinarios. En fin, las técnicas de resolución de problemas son enseñadas como un contenido, con problema de práctica relacionados, para que las técnicas puedan ser dominadas.
- c) Resolver problemas como sinónimo de hacer matemática: la estrategia asume que el trabajo de los matemáticos es resolver problemas y que la matemática realmente consiste en visualizar problemas y soluciones.

Esta última aplicación es la que reúne los requisitos idóneos, se trata pues de hacer matemática en estricto sentido. Esta idea también es sostenida por Alsina (2007) citado por Consejo Suramericano de Educación (2013) quien hace una revisión del manejo de situaciones problemáticas que se manejan en las escuelas y observa que es común que los profesores trabajen con matemáticas exponiendo el contenido, dando ejemplos sencillos, después haciendo ejercicios sencillos y luego complicados para que al final, se presente un problema.

Por el contrario, actualmente se recomienda plantear situaciones problemáticas desde el principio, para activar el interés y la mente del estudiante. Esta posición coincide con la tercera situación descrita por Vilanova (2001) citado por Consejo Suramericano de Educación (2013), es decir la resolución de problemas como sinónimo de hacer matemáticas. Y es preciso tener presente que para matematizar es necesario trabajar a partir de la realidad para dar significado a las situaciones, apoyados de los conceptos, esquemas y relaciones matemáticas.

Para clarificar este punto, vale la pena retomar la diferencia que establece Larios (2000) citado por Consejo Suramericano de Educación (2013) entre un problema y un ejercicio. Para este autor un problema es una situación (real o hipotética) que resulta plausible al alumno desde su punto de vista experiencial y que involucra conceptos, objetos u operaciones matemáticas, mientras que un ejercicio se refiere a operaciones con símbolos matemáticos únicamente (sumas, multiplicaciones, resolución de ecuaciones, etcétera). En síntesis, un ejercicio se resuelve a través de procedimientos rutinarios que conducen a la respuesta, el problema exige el desarrollo de una estrategia para resolver la incógnita. Pólya, a través del libro "How to solve it", introduce el término "heurística" para descubrir el arte de la resolución de problemas. La heurística trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular las operaciones típicamente útiles en este proceso (Polya, 2005, p. 102).

Agrega que la heurística tiende a la generalidad, al estudio de los métodos, independientemente de la cuestión tratada y se aplica a problemas de todo tipo. Podemos entender la heurística o las heurísticas como las acciones que pueden resultar de utilidad para resolver problemas. En este sentido, recomendaba, por ejemplo, hacer dibujos (1995), para resolver un problema se necesita:

- a) Concebir un plan: ¿Conoce un problema relacionado con éste?, ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil?, ¿Podría enunciar el problema de otra forma?, ¿Ha empleado todos los datos?,
- b) Ejecución del plan: comprobar cada uno de los pasos, ¿Puede usted ver que el paso es correcto?,
- c) Visión retrospectiva: verificar el resultado.

2.5. Resumen del capítulo

Para iniciar el aprendizaje, el docente debe partir del conocimiento previo del estudiante, con el objetivo de facilitar el desarrollo del aprendizaje. En el contexto del aprendizaje significativo y los contenidos, se observa una relación amplia y coherente entre ambos aspectos; sin embargo, para que esta relación sea efectiva y logre el propósito deseado, es necesario un proceso adecuado. En este sentido, el docente debe seleccionar cuidadosamente los contenidos didácticos, favoreciendo una correcta asimilación por parte de los estudiantes, lo cual es fundamental para consolidar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Es importante considerar que no todo se desarrolla exclusivamente a partir del aprendizaje significativo o los conocimientos previos del alumno. Más bien, es esencial que el estudiante transforme esos conocimientos previos y los integre para construir aprendizajes verdaderamente significativos. La educación para el aprendizaje significativo supone la capacidad de desarrollar estrategias de aprendizaje de larga vida, "aprender a aprender".

En conclusión, es trascendental reiterar que el aprendizaje significativo no es la "simple conexión" de la información nueva con la ya existente en la estructura cognoscitiva del que aprende. Por el contrario, sólo el aprendizaje mecánico es la "simple conexión" arbitraria y no sustantiva; el aprendizaje significativo involucra la modificación y evolución de la nueva información, así como de la estructura cognoscitiva envuelta en el aprendizaje. Es la aprendiza más elemental del cual dependen los demás tipos de aprendizaje. Consiste en la atribución de significado a determinados símbolos, al respecto Ausubel dice: Ocurre cuando igualan en significado símbolos arbitrarios con sus referentes (objetos, eventos, conceptos) y significan para el alumno cualquier significado al que sus referentes aludan. (Ausubel, 1968).

En resumen, el aprendizaje significativo representa un proceso complejo en el que los nuevos conocimientos no solo se suman a los ya existentes, sino que los transforman y enriquecen, permitiendo una comprensión más profunda y duradera. Para los docentes, esto implica la necesidad de adaptar y contextualizar los contenidos para que estos tengan un sentido relevante y accesible para los estudiantes, fomentando en ellos una verdadera "apropiación" del conocimiento. En este sentido, el aprendizaje significativo no solo consolida la información nueva, sino que revitaliza la estructura cognitiva del alumno, construyendo las bases para un aprendizaje continuo y autónomo. Así, la educación se convierte en una herramienta poderosa para formar estudiantes capaces de "aprender a aprender", logrando con ello que el conocimiento trascienda el aula y se convierta en un recurso de vida.

Capítulo 3.

PENSAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO

CURRÍCULO

Introducción

El desarrollo del pensamiento lógico-matemático es un proceso gradual que implica la adquisición y práctica de habilidades cognitivas para comprender, razonar y resolver problemas numéricos y conceptuales. Este proceso se inicia desde edades tempranas y continúa a lo largo de la vida, desarrollándose a través de experiencias significativas que ayudan a los estudiantes a formular relaciones, identificar patrones y aplicar conceptos abstractos en situaciones concretas.

Para Vygotsky citado por Fernández (2014), el pensamiento lógico-matemático se va desarrollando mediante la socialización y el aprendizaje constante por medio de la cultura, los factores sociales son determinantes en el conocimiento tomados por medio de la interacción y participación.

Según Piaget (citado en Andonegui, 2004) el conocimiento lógico-matemático es el que construye el niño al relacionar las experiencias obtenidas en la manipulación de los objetos. Por ejemplo, el niño diferencia entre un objeto de textura áspera con uno de textura lisa y establece que son diferentes.

Una definición sencilla y muy completa del pensamiento lógico-matemático es señalar que, son las capacidades que los alumnos van desarrollando asociadas a conceptos matemáticos, de razonamiento lógico, de comprensión y exploración del mundo a través de proporciones, relaciones, logrando potenciar aspectos más abstractos del pensamiento.

3.1. Algunas consideraciones sobre el pensamiento lógico-matemático

El pensamiento lógico matemático es uno de los ejes del pensum de estudios, pues constituye uno de los pilares del ámbito cognitivo de los seres humanos junto con el desarrollo del lenguaje. El conocimiento de esta área es fundamental para que el individuo logre un buen desempeño, ya sea desde el punto de vista laboral, cultural, técnico, científico y por supuesto en la vida cotidiana.

El objetivo de la enseñanza de las matemáticas no es sólo que los individuos aprendan las tradicionales cuatro reglas aritméticas, las unidades de medida y unas nociones geométricas, sino su principal finalidad es que puedan resolver problemas y aplicar los conceptos y habilidades matemáticas para desenvolverse en la vida cotidiana.

La gran dificultad que tienen los docentes (en todos los niveles del sistema educativo formal) es que no se aplican los conocimientos matemáticos al contexto real de los educandos. El alumno no siente que la matemática está en su diario vivir; por ejemplo: cuando va a hacer compras al mercado, cuando lee un cuadro estadístico en el periódico, o simplemente cuando realiza labores lúdicas. Ante semejante realidad los profesores de matemáticas no pueden permanecer pasivos, se deben replantear sus labores educativas teniendo en cuenta, fundamentalmente, los objetivos de la enseñanza de la matemática, los cuales están orientados a dinamizar, a agilizar el raciocinio y desaparecer la falsa imagen de curso difícil, severo y árido que tiene esta materia, en fin, impedir por todos los medios los aprendizajes mecánicos y memorísticos.

Larrazolo (2013) en su estudio sobre las habilidades de razonamiento matemático superior expresa que los resultados confirman que los estudiantes: tienen un aprovechamiento sumamente bajo, no comprenden los conceptos básicos de matemáticas, no tienen las habilidades para solucionar problemas numéricos de mediana complejidad, y los conocimientos adquiridos se relacionan con la

memorización de algoritmos. Se concluye sobre la importancia que tiene para los individuos y para un país la literacidad en matemáticas, por lo que el sistema educativo mexicano debe esforzarse para mejorar sustancialmente la educación matemática.

Con resultados similares Sepúlveda y Santos (2006) declararon que en su estudio sobre “Desarrollo de episodios sobre comprensión matemática”, cuando los estudiantes se enfrentaron a un conjunto de problemas que involucran diferentes métodos de solución, en un escenario de instrucción basado en resolución de problemas.

Durante el desarrollo de la investigación, los estudiantes tuvieron oportunidad de trabajar en pequeños grupos, presentar y defender sus ideas en la clase completa y revisar constantemente su trabajo como resultado de críticas y opiniones que surgieron durante sus presentaciones y discusiones en clase. En este contexto, los alumnos exhibieron diferentes episodios de comprensión que les permitió refinar y robustecer sus acercamientos iniciales y, eventualmente utilizar distintos caminos de solución de los problemas.

Sin embargo, es valedera la reflexión sobre la realidad de los estudiantes, quienes tuvieron muchas dificultades en aplicar estas nociones intelectuales, pues sus estudios han propiciado al aprendizaje memorístico y repetitivo, dejándose de lado estrategias metodológicas de enseñanza como las aulas invertidas, aprendizaje basado en problema, desarrollo de proyectos y otros.

Según Collantes y Mendoza (2006), la afirmación de que el papel de la educación no es poblar la memoria de conocimientos, sino desarrollar la inteligencia, tiene actualidad y vigencia, ya que los nuevos currículos educativos han retomado este desarrollo de las inteligencias (múltiples). Pensar atinadamente, actuar racionalmente, desenvolverse con eficacia dentro de su propio entorno, aplicar los conocimientos en la solución de problemas, requiere de un proceso que implica desarrollo de los diversos tipos de inteligencia.

Si es tan importante el desarrollo de la inteligencia, necesariamente debe ser una de las prioridades de la educación, por cuanto la conducta inteligente es la que hace posible el cambio de la persona como tal y de la sociedad. Por lo mismo, estimular y desarrollar la inteligencia es una característica, es una función y un objetivo de la educación que se maneja entre dos variables, la relación entre el aprendizaje y el desarrollo y los rasgos específicos de dicha relación.

El nuevo currículo educativo enfatiza la necesidad de desarrollar la inteligencia porque tiene relación directa con el aprendizaje. Así dicho, el desarrollo de la psicomotricidad, de las sensaciones, de las percepciones, de la atención y del pensamiento son elementos claves de la formación integral de los niños y jóvenes.

3.2. Las inteligencias en su relación con el pensamiento lógico-matemático

Nieto et. al. (2020) señala que la Inteligencia (conocer y pensar) es el instrumento psíquico que el organismo humano utiliza para resolver los problemas que le planteen el medio físico y el social; externo e interno del individuo.

Por lo general, es aceptado que cuanto más inteligente es una persona, mayor habilidad tiene para pensar y, viceversa, una buena capacidad de pensamiento es prueba evidente de una alta inteligencia. Los especialistas aseguran que los conceptos no deben ser tomados como similares. Según Méndez (2015) a la inteligencia se la puede concebir como el potencial mental que las personas tienen, no así el pensamiento, el cual serían las estrategias idóneas para aprovechar esta capacidad.

3.3. Inteligencias múltiples

Según Howard Gardner en su libro de “Las inteligencias Múltiples” (1995) define la inteligencia como la capacidad de resolver problemas y/o elaborar productos que sean valiosos en una o más culturas, ha sido menester en las culturas occidentales privilegiar las inteligencias lógico - matemática y la lingüística, representándolas como evidencia de una capacidad superior; de esta manera otros tipos de inteligencias son reconocidos como talentos, más no como símbolo de desarrollo del pensamiento. Todos los seres humanos son capaces de conocer el mundo de ocho modos diferentes. Según el análisis de las ocho inteligencias todas las personas son capaces de conocer el mundo a través del lenguaje, del análisis lógico-matemático, de la representación espacial, del pensamiento musical, del uso del cuerpo para resolver problemas o hacer cosas, de una comprensión de los demás individuos se diferencian es en la intensidad de estas inteligencias y en las formas en que recurre a esas mismas y se les combina para llevar a cabo diferentes labores, para solucionar diversos problemas y progresar en distintos ámbitos.

Las personas aprenden, representan y utilizan el saber de muchos y diferentes modos. Estas diferencias desafían al sistema educativo que supone que todo el mundo puede aprender las mismas materias del mismo modo y que basta con una medida uniforme y universal para poner a prueba el aprendizaje de los alumnos.

Con este enfoque integral de las inteligencias múltiples (IM) se van a desglosar todas y cada una de ellas, conceptualizándolas y caracterizándolas para luego proceder a enfatizar la Inteligencia Lógica Matemática y su desarrollo.

3.3.1. Inteligencia lingüística

Es la inteligencia que ayuda a ser hábiles con las palabras, a utilizarlas de forma más adecuada, aprender idiomas o expresarse mejor.

Quienes desarrollen más la inteligencia lingüística tenderán a escribir y leer mucho, aprender idiomas, explicar cuentos o contar chistes.

El don del lenguaje es universal y su desarrollo en los niños es sorprendentemente similar en todas las culturas. Incluso en el caso de personas sordas a las que no se les ha enseñado específicamente un lenguaje por señas, a menudo inventan un lenguaje manual propio y lo usan espontáneamente. En consecuencia, se puede decir que, una inteligencia puede operar independientemente de una modalidad en el estímulo o una forma particular de respuesta.

Capacidades implicadas. - Capacidad para comprender el orden y el significado de las palabras en la lectura, la escritura y, también al hablar y escuchar.

Habilidades relacionadas. - Hablar y escribir eficazmente.

¿Cómo desarrollarla?

Hablar correctamente con los niños, leer con ellos cuentos, novelas y poemas para que amen los libros y desarrollen la imaginación. Enseñarles rimas y juegos de palabras, jugar a cambiar el sentido de las palabras, resolver crucigramas que estimulen el lenguaje.

3.3.2. Inteligencia lógico-matemática

Es la inteligencia que tienen los científicos y se utiliza para resolver problemas de lógica y matemáticas. En los individuos especialmente dotados de esta forma de inteligencia, el proceso de resolución de problemas a menudo es extraordinario rápido: el científico competente maneja simultáneamente muchas variables y crea numerosas hipótesis que son evaluadas sucesivamente y, posteriormente, son aceptadas o rechazadas.

Es importante puntualizar la naturaleza no verbal de la inteligencia matemática. En efecto, es posible construir la solución del problema antes de que ésta sea articulada.

Junto con su compañera, la inteligencia, lingüística, el razonamiento matemático proporciona la base principal para los test de CI. Esta forma de inteligencia ha sido investigada en profundidad por los psicólogos tradicionales, constituyendo tal vez, el arquetipo de “inteligencia en bruto” o de la validez para resolver problemas que supuestamente pertenecen a cualquier terreno. Sin embargo, aún no se comprende plenamente el mecanismo por el cual se alcanza una solución a una solución a un problema lógico-matemático.

Capacidades implicadas.- Capacidad para identificar, calcular, formular y verificar hipótesis utilizando el método y los razonamientos inductivo y deductivo.

¿Cómo desarrollarla?

La mejor manera de fomentar en los niños el interés por los números es a través de actividades prácticas y recreativas. Actividades relacionadas con pesos y medidas, como cocinar, pueden ser tanto educativas como divertidas. Invitar a los niños a formar colecciones y clasificar juguetes u objetos personales por colores, tamaños o utilidad también estimula su capacidad de organización y razonamiento lógico. Además, son útiles las actividades relacionadas con la computación y los juegos electrónicos. Jugar cartas, dominó o llevar el conteo de cualquier juego realizado en grupo o individualmente fomenta habilidades numéricas y promueve el pensamiento estratégico

3.3.3. Inteligencia espacial

Es la inteligencia relacionada con las imágenes, permite visualizar objetos mentalmente o comprender la composición de los mismos, comparar colores, etc.

Dibujo, arte, diseño, fotografía o arquitectura son algunas de las disciplinas más relacionadas con esta inteligencia, también el Mecano o Lego están relacionados (objetos en 3 dimensiones).

La resolución de problemas espaciales se aplica a la navegación y al uso de mapas como sistema dotacional. Otro tipo de solución a los problemas espaciales, aparece en la visualización de un objeto visto desde un ángulo diferente y en el juego del ajedrez. También se emplea este tipo de inteligencia en las artes visuales.

Capacidades implicadas. – Capacidad para presentar ideas visualmente, crear imágenes mentales, percibir detalles visuales, dibujar y confeccionar bocetos.

¿Cómo desarrollarla?

Todas las actividades de dibujo y pintura que tanto gustan a los niños estimulan la inteligencia espacial. Llevarlo a los museos o enseñarles a observar y disfrutar las obras de arte. Ver películas, videos y fotografías. Armar rompecabezas o actuar en obras de teatro. Juegos de armar y de construir. Realiza maquetas y esculturas plásticas, barro, arena y otros materiales, así como hacer planos y mapas de lugares reales o imaginarios.

3.3.4. Inteligencia cinética

Es la inteligencia que permite tener control del cuerpo y entenderlo o expresarse mejor con éste. La evolución de los movimientos corporales especializados es de importancia obvia para la especie; en los humanos esta adaptación se extiende al uso de herramientas. El movimiento del cuerpo sigue un desarrollo claramente definido en los niños y no hay duda de su universalidad cultural.

La consideración del conocimiento cinético corporal como “apto para la solución de problemas” puede ser menos intuitiva; sin embargo, utilizar el cuerpo para expresar emociones (danzas) competir (deportes) o crear (artes plásticas), constituyen evidencias de la dimensión cognitiva del uso corporal. Aspectos biológicos. - El control del movimiento corporal se localiza en la corteza motora y cada hemisferio domina o controla los movimientos corporales correspondiente al lado opuesto, en los diestros, el dominio de este movimiento se suele situar en el hemisferio izquierdo. La habilidad para realizar movimientos voluntarios puede resultar dañada, incluso en individuos que puedan ejecutar los mismos movimientos de forma refleja o involuntaria. La existencia de apraxia específica constituye una línea de evidencia a favor de una inteligencia cinética corporal.

Capacidades implicadas. – Capacidad para realizar actividades que requieren fuerza, rapidez, flexibilidad, coordinación óculo-manual y equilibrio.

Habilidades relacionadas. - Utilizar las manos para crear o hacer reparaciones, expresarse a través del cuerpo.

¿Cómo desarrollarla?

Se desarrolla practicando deporte, utilizando el cuerpo como medio de expresión o realizando manualidades. Lo más interesante de esta inteligencia es que años atrás a quienes eran muy hábiles con su cuerpo, pero poco hábiles con los números o las letras no se les consideraba inteligentes.

3.3.5. Inteligencia musical

La musical es la que permite apreciar y distinguir los ritmos, las melodías, las diferentes estructuras musicales, el timbre, el tono o los instrumentos que participan en una pieza. Esta se desarrolla cantando, escuchando música, tocando un instrumento o escribiendo canciones.

Capacidades implicadas. - Capacidad de escuchar, cantar, tocar instrumentos.

¿Cómo desarrollarla?

La mejor manera para estimular la inteligencia musical es rodear el ambiente del niño de música. También cantar solo o en coro y aprender a tocar cualquier instrumento como parte de sus actividades extra escolares.

Inteligencia cinético-corporal: Hacer que los niños participen en actividades deportivas y físicas será la mejor manera de estimular esta inteligencia, pero también bailar y construir con bloques o cubos ayuda a todos.

3.3.6. Inteligencia Intrapersonal

La inteligencia intrapersonal es la que permite comprenderse mejor a sí mismo, si la interpersonal analiza a las demás personas, la intrapersonal se basa en analizarse a uno mismo.

Comprender lo que se siente y porqué, cuáles son los puntos fuertes y en cuáles se puede mejorar, tener objetivos y una idea clara de cómo alcanzarlos etc. Son muestras de inteligencia intrapersonal, parare a pensar un poco a lo largo del día etc.

La inteligencia intrapersonal es el conocimiento de los aspectos internos de una persona: el acceso a la propia vida emocional, a la propia gama de sentimiento, la capacidad de efectuar discriminaciones entre emociones y, finalmente ponerles un nombre y recurrir a ella como medio de interpretar y orientar la propia conducta.

3.4. ¿Qué es el pensamiento lógico matemático?

Es la capacidad de establecer relaciones entre los objetos a partir de la experiencia directa con estos favorece la organización del pensamiento.

De allí la importancia que el maestro propicie experiencias, actividades, juegos, proyectos que permitan a los niños desarrollar un pensamiento divergente a través de la observación, exploración, comparación, clasificación, seriación, medición y otros estimulando el uso de estrategias cognitivas para la solución de problemas.

El conocimiento y comprensión de las matemáticas elementales está en función de la construcción de las nociones lógicas (contar, leer y escribir números, realizar cálculos aritméticos, razonar y resolver problemas, etc.). Donde el medio y las experiencias previas juegan un rol determinante.

3.5. Resumen del capítulo

La construcción del pensamiento matemático es tanto individual como grupal, ya que está influida por las posibilidades, necesidades y prácticas compartidas de los niños y niñas. El aprendizaje matemático, como proceso de construcción, se origina en la actividad del estudiante. Tiene un punto de partida no necesariamente escolar, evoluciona de manera progresiva y constituye un resultado en constante elaboración. Este proceso depende de los conocimientos previos y del desarrollo del pensamiento alcanzado, mientras que, simultáneamente, fomenta su evolución y la adquisición de nuevos conocimientos e inquietudes.

Como proceso orientado por el maestro, debe incluir la reflexión, el trabajo individual y grupal, la confrontación con los compañeros, con el maestro y con el conocimiento colaborador. También debe

involucrar la verificación mediante la solución de situaciones y problemas cotidianos, la evaluación del proceso y de los aprendizajes logrados. El conocimiento matemático construido es acumulable y, en diferentes etapas, alcanza diversos niveles de elaboración, abstracción y generalización, presentándose en distintas formas de representación.

La inteligencia lógico-matemática, una nueva concepción del intelecto, desafió el concepto de una inteligencia única, prevalente en el sistema académico occidental, y fue establecida por Gardner. Según este autor, las matemáticas estudian la abstracción, las relaciones y operaciones numéricas, mientras que la lógica se centra en los procesos de análisis y razonamiento. Ambas habilidades están íntimamente relacionadas, pero no son necesariamente inseparables, ya que una persona puede tener mayor habilidad lógica que matemática, y viceversa. La inteligencia lógico-matemática constituye una habilidad compleja que incluye cálculos matemáticos, pensamiento lógico, razonamiento inductivo y deductivo, resolución de problemas, identificación de patrones y relaciones, y el planteamiento y la verificación de hipótesis. Esta inteligencia se manifiesta desde la infancia, como lo demuestra la existencia de un sentido innato de cantidad y estimación temprana. Con el tiempo, el pensamiento lógico, abstracto y matemático se adquiere y fortalece mediante el aprendizaje.

Capítulo 4.

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS Y METODOLÓGICAS PARA EL DESARROLLO DE LAS COMPETENCIAS MATEMÁTICAS

Introducción

Para desarrollar competencias matemáticas de manera efectiva, es fundamental utilizar estrategias didácticas y metodológicas que fomenten el aprendizaje significativo, la resolución de problemas y la autonomía en los estudiantes.

El Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (Programme for International Student Assessment, PISA define la alfabetización o competencia matemática de los escolares reiteradamente como “la capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo” Implementar una combinación de estas estrategias puede promover un aprendizaje más profundo y efectivo de las matemáticas, desarrollando tanto las competencias específicas como las habilidades de razonamiento y resolución de problemas en los estudiantes.

La docencia concebida como arte y ciencia, requiere de acciones que sistematicen los objetivos propuestos en la planificación, sin embargo, es importante recordar que dichas actividades deben incorporar una serie de elementos que la hagan útil, óptima, con indicadores claros para que pueda ser válida, por ello se buscan estrategias metodológicas que generen eficiencia y eficacia en el Proceso de Enseñanza – Aprendizaje.

4.1. La Formación por competencias en la Enseñanza de las Matemáticas

Para presentar este enfoque hay que basarse en concepciones científicas y pedagógicas propuestas en las últimas décadas. La novedad entonces, radica en retomarlas desde el lugar de las demandas sociales que reclaman un ciudadano apto para encarar situaciones cotidianas desde el saber matemático instrumental, sino también de un lenguaje de estrategias matemáticas, que le permitan responder satisfactoriamente a las situaciones que debe resolver.

Según Jaques Delors (1994) “La educación se ve obligada a proporcionar las cartas náuticas de un mundo complejo en permanente agitación y, al mismo tiempo, la brújula para navegar en él”, de esta casi romántica aseveración se infiere que es necesaria la capacitación específica para los nuevos escenarios, la “Tercera Ola” de Toffler (1994), aunque de acuerdo a la vertiginosa sucesión de cambios más parecería la ola reciente (sin número, por su momentánea presencia).

La enseñanza aprendizaje de esta asignatura ha mantenido y mantiene una posición de privilegio en la escolaridad, por su contribución a la formación integral del estudiante desde las diferentes dimensiones: intelectual, comunicativo, instrumental, cultural, lúdico- recreativo e incluso histórico. De este ámbito instrumental uno de los mecanismos matemáticos más cotidianos aporta a las otras ciencias, ya que las matemáticas se convierten en herramientas de gestión tanto para el comercio como para la industria, al tiempo que sirve de base para el desarrollo científico y técnico. En términos comunicacionales en ámbitos científicos o laborales, su hegemonía es innegable, pues la precisión, concisión (libre de ambigüedades) permite transmitir información valiéndose de diferentes recursos como: tablas, gráficos, diagramas, dibujos geométricos, entre otros. Posibilitando la explicación de un suceso o la predicción de un hecho.

Así mismo, desde el punto de vista formativo, su importancia no ha sido jamás discutida, ya que apunta al desarrollo del pensamiento tanto lógico como crítico, de la precisión, la intuición espacial, entre las habilidades intelectuales.

4.2. Competencias Educativas

El desarrollo de competencias modelo se apoya en un nuevo modelo de enseñanza que promueve el aprendizaje significativo, la construcción de un saber hacer reflexivo, crítico, fundamentado y contextualizado en el que se integran la teoría y la práctica. De acuerdo a la conceptualización que la Editorial Santillana (2012) explica en su texto sobre esta temática.

Por otra parte, Moreira et. al. (2023) define a las competencias como “una nueva posibilidad para que maestros y niños actualicen sus sistemas de comprensión en la idea de un colectivo inteligente”, lo que cambia el enfoque desde el punto de vista de una relación pareada, incluso horizontal, dejando de lado centrado en el estudiante como sujeto único de la enseñanza.

4.2.1. Competencias Genéricas

Denominadas también básicas, claves, esenciales, fundamentales, transversales. Se refieren a una integración de conocimientos, destrezas y actitudes esenciales para que todos los individuos puedan tener una vida plena como miembros activos de la sociedad. Desarrollar estas competencias es de importancia capital, toda vez que resulta imprescindible para garantizar el desenvolvimiento personal y social de los estudiantes, generando de esta manera una respuesta eficaz a las necesidades del contexto.

En el ámbito educativo, esta clase de competencias constituyen taxativamente los objetivos generales de la escolaridad básica (generadas desde el Ministerio de Educación) y en las Instituciones de Educación Superior, aparecen dentro de las Mallas Curriculares de cada Carrera de acuerdo al Modelo Educativo Institucional, por lo cual expresan las concepciones filosóficas, políticas y sociales de las políticas educativas nacionales.

4.2.2. Competencias Específicas

Son aquellas relacionadas con el desempeño eficaz en determinado campo o área de estudio o de conocimiento. Se refiere en especial a la integración de conocimientos, habilidades y destrezas propias de cada disciplina.

4.2.2.1. Competencias Matemáticas

Están centradas en la habilidad para utilizar los números, sus relaciones y operaciones básicas en distintos contextos, para valerse del lenguaje simbólico y gráfico, y de las formas de expresión y de razonamiento matemático para producir e interpretar distintos tipos de información, para reconocer y representar los aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y, muy especialmente para resolver problemas vinculados con la vida diaria el mundo laboral y el ámbito profesional.

Algunos de los contenidos tradicionales que han cobrado nuevos significados en este enfoque.

- El cálculo mental y con él, el sentido de estimación.
- El lenguaje gráfico y simbólico, y las posibilidades de una comunicación práctica y sintética.
- La resolución de problemas e su calidad de motor del aprendizaje
- La geometría con las múltiples representaciones de la realidad.
- El uso de la tecnología para facilitar y agilizar los procesos algorítmicos.
- El azar y la probabilidad.

4.3. Currículo de Matemática para la Educación General Básica. (EGB)

De acuerdo al Ministerio de Educación (2013), para que el estudiante alcance el perfil ideal, el proceso de interaprendizaje está orientado a que el alumno/a logre:

- Desarrollar las destrezas relativas a la comprensión, explicación y aplicación de los conceptos y enunciados matemáticos.

Ante este panorama, la matemática como ciencia y asignatura de los currículos educativos necesita renovar sus objetivos de manera sistemática, evitando el anquilosamiento, adaptándolos a los requerimientos de una sociedad que dejó de ser “industrial” para convertirse en “sociedad de la información”.

Toda vez, que al hombre común, ya no le es útil acumular conocimientos matemáticos en forma ilimitada, ahora es más importante el adquirir un cierto número de competencias básicas que le permitan desenvolverse en forma crítica y responsable. La adquisición de las competencias matemáticas supone un aprendizaje significativo, contextualizado y construido a partir de los conocimientos previos que aporta el educando.

4.4. Orientaciones para el desarrollo del pensamiento lógico matemático

Para la educación occidental el pensamiento lógico-matemático es de primordial importancia, por lo tanto, la mayoría de los sistemas educativos del mundo le prestan especialísimo interés, toda vez que se percibe como signo de inteligencia superior. Con este enfoque se ha diseñado un proceso sistemático que facilitaría el desarrollo de las habilidades cognitivas en el área del pensamiento lógico - matemático. De esta manera se pueden establecer proyectos didácticos que fomenten el desarrollo de esta Inteligencia.

A continuación, se presentan una serie de orientaciones que pueden ser útiles en el momento de buscar la potencialización de estas actividades del pensamiento:

- Partir de situaciones vivenciadas por el alumnado.
- Permitir que el alumnado lleve la parte activa en su aprendizaje, partiendo de las expresiones espontáneas de su conocimiento.
- Fomentar el trabajo libre con objetos y conceptos.
- Ir pasando gradualmente de un material manipulativo al figurativo y de ahí al ícono y finalmente al representativo.
- Utilizar los conceptos trabajados en más de una situación para favorecer de esta manera la generalización a todas las situaciones posibles.
- Aplicar los conocimientos adquiridos en situación académica a situaciones prácticas dentro del aula: distribución de materiales, recogida de objetos, organización de los materiales de la clase, etc.
- Emplear en la adquisición de los conceptos el mayor número de capacidades perceptivas del alumnado.
- Acostumbrar al acompañamiento de la acción con el lenguaje, explicando lo realizado sin hacerlo de nuevo y anticipando en algunos casos los resultados.
- Trabajar por objetivos concretos y graduados, utilizado en principio para las actividades pocos elementos.

- Adaptar los contenidos de los textos al pensamiento y lenguaje del alumnado.
- Fomentar la construcción de conocimientos en lugar de una mera transmisión de conocimiento.
- La intervención del profesorado se centrará mayormente en el diseño de situaciones de aprendizaje que guiadas por él lleven al escolar mediante su trabajo al autodescubrimiento.
- Plantear continuamente dudas a las acciones, intervenciones o respuestas del alumnado hasta llevarlo al descubrimiento de lo que se le pide.
- No dar respuestas correctas, dejar que sea el propio escolar el que las adquiera.
- Informar constantemente al escolar de los resultados de sus acciones u operaciones, así como de los logros que vaya consiguiendo.
- Posibilitar una pluralidad de alternativas en las respuestas.
- Respetar los errores un que pueda cometer el/la niño/a porque ello supone un paso previo a la construcción de conocimientos. Los errores del alumnado nos informan de sus dificultades.
- Las actividades deberán plantearse, siempre que se pueda, de manera lúdica y participativa, abierta al resto del grupo.

Procesos productivos y significativos.

- Comprender textos.
- Experimentar.
- Ordenar ideas.
- Conceptualizar
- Comparar.
- Resolver.
- Resumir.
- Argumentar.
- Elaborar mapas de la información interpretada.
- Debatir.
- Investigar y resolver problemas.
- Proponer nuevas alternativas.

4.5. Importancia de enseñar y aprender matemáticas

Las matemáticas pensadas desde una óptica funcional no rechazan el aprendizaje de reglas y algoritmos, sin embargo, no lo hace como si fueran “recetas” que se cumplen estrictamente, por el contrario, incentiva la creatividad individual, fomentando el desarrollo del razonamiento lógico y del pensamiento crítico y la posterior sistematización de ambos.

La enseñanza se basa en el planteo y resolución de problemas no rutinarios, de final abierto, con soluciones que pueden requerir minutos o días de trabajo y que responden a distintas formas de presentación (oral, escrita, gráfica, simbólica) y, como corresponde a situaciones reales, unas de carácter individual y otras de carácter grupal o de aprendizaje cooperativo.

La destreza es la expresión del “saber hacer” en los estudiantes, que caracteriza el dominio de la acción. De esta manera se han añadido los “criterios de desempeño” para orientar y preciar el nivel de complejidad en el que debe realizar la acción, según condicionantes de rigor científico-cultural, espaciales, temporales, de motricidad entre otros. El cómo aprender matemáticas con enfoque de competencias se basa en concepciones científicas y didácticas.

La novedad metodológica radica en retomarlas desde el lugar de las demandas sociales y culturales que reclaman un individuo apto para encarar situaciones cotidianas desde el saber matemático. De allí la importancia de dotar al alumno, no sólo de un conocimiento matemático instrumental, sino también de un bagaje de estrategias matemáticas, que le permitan responder satisfactoriamente a las situaciones que debe resolver.

Las destrezas con criterios de desempeño constituyen el referente principal para que los docentes elaboren la planificación micro curricular de sus clases y las tareas de aprendizaje. Sobre la base de su desarrollo y de su sistematización, se aplicarán de forma progresiva de integración y complejidad. La sociedad del tercer milenio es de cambios acelerados en el campo de ciencia y la tecnología: los conocimientos, las herramientas y las maneras de hacer y comunicar la matemática evolucionan constantemente. Por esta razón, tanto el aprendizaje como la enseñanza de la Matemática con criterio deben estar enfocadas en el desarrollo de las destrezas con criterios de desempeño necesario para que el estudiantado sea capaz de resolver problemas cotidianos, a la vez que se fortalece el pensamiento lógico y crítico.

El saber Matemática, de ser satisfactorio es extremadamente necesario para poder interactuar con fluidez y eficacia en un mundo “matematizado”. La mayoría de las actividades cotidianas requieren de decisiones basadas en esta ciencia, a través de establecer compra de un producto, entender los gráficos estadísticos e informativos de los periódicos, objetos cotidianos, las obras de arte entre otras.

La necesidad del conocimiento matemático crece día a día al igual que su aplicación en las más variadas profesiones. El tener afianzadas las destrezas con criterios de desempeño matemático, facilitan el acceso a una gran variedad de carreras profesionales y diferentes ocupaciones que pueden resultar especializadas.

El aprender cabalmente matemática y el saber transferir esto conocimientos a los diferentes ámbitos de la vida del estudiantado, y más tarde al ámbito profesional, además de aportar positivos en el plano persona, genera cambios importantes en la sociedad. Siendo la educación el motor del desarrollo de un país, dentro de ésta, el aprendizaje de la Matemática es uno de los pilares más importantes, ya que, además de enfocarse en lo cognitivo, desarrolla destrezas esenciales que se aplican día a día en todos los entornos, tales como: el razonamiento, el pensamiento lógico, el pensamiento crítico, la argumentación fundamentada y la resolución de problemas.

Los estudiantes merecen y necesitan la mejor educación posible en Matemáticas, lo cual les permitirá cumplir sus ambiciones personales y sus objetivos profesionales en la actual sociedad del conocimiento; por consiguiente, es necesario que todas las partes interesadas en la educación como autoridades, padres de familia, estudiantes y docentes trabajen conjuntamente creando los espacios apropiados para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemáticas. En estos espacios, todos los estudiantes de la Matemática y todos los estudiantes con diferentes habilidades podrán trabajar con docentes calificados en la materia, comprender y aprender importantes conceptos matemáticos, siendo necesario que el par enseñanza y aprendizaje de Matemática represente un desafío, tanto para docentes como para estudiantes, basado en un principio de equidad. En este caso, equidad no significa que todos los estudiantes deben recibir la misma instrucción, sino que se requieren las mismas oportunidades y facilidades para aprender conceptos matemáticos significativos y lograr los objetivos propuestos en esta materia.

Se recomienda ayudarse de la tecnología para la enseñanza de Matemática, ya que resulta una herramienta útil, tanto para el que enseña como para el que aprende. Esta herramienta posibilita mejorar los procesos de abstracción, transformación y demostración de algunos conceptos matemáticos.

La evaluación es otro de los factores que se debe tomar en consideración en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Ella debe centrarse en el estudiante, en lo que debe saber y en lo que debe ser capaz de hacer, respondiendo a un proceso coherente y sistemático, en el que sus resultados proporcionan una retroalimentación para el docente y el estudiante. Así, la evaluación se convierte en una herramienta remedial del proceso educativo.

Se debe recordar que un factor importante y necesario en el aprendizaje y la enseñanza de la Matemática, es un currículo coherente, enfocado en los principios matemáticos más relevantes, consistente en cada año de Educación General Básica, bien alineado y concatenado.

A continuación, se describen algunas estrategias claves:

Aprendizaje basado en problemas (ABP). - El cual implica plantear a los estudiantes problemas reales o simulados que deben resolver aplicando sus conocimientos matemáticos. Esta estrategia ofrece como ventajas:

- Promueve el pensamiento crítico y creativo.
- Fomenta la colaboración en grupo.
- Desarrolla la habilidad de identificar y aplicar conceptos matemáticos de manera práctica.

Resolución de problemas: La cual es una habilidad esencial en matemáticas, y su desarrollo requiere práctica constante. Los docentes deben guiar a los estudiantes en:

- Identificación de la información relevante.
- Planificación de la estrategia de solución.

Uso de material manipulativo. - El uso de objetos físicos (como bloques, fracciones de papel, ábacos) facilita la comprensión de conceptos abstractos. Esto es especialmente útil en niveles básicos de matemáticas, pero también puede ser eficaz en niveles superiores.

Aprendizaje cooperativo. - Fomentar el trabajo en grupo permite a los estudiantes intercambiar ideas, ayudarse mutuamente y aprender de sus compañeros. La interacción social es un componente clave del aprendizaje, y los debates entre compañeros pueden aclarar

Gamificación. - Incorporar elementos de juego en las actividades matemáticas aumenta la motivación y el compromiso de los estudiantes. Esto puede incluir desde juegos de mesa con contenido matemático hasta aplicaciones interactivas que premian el progreso.

Método de enseñanza exploratoria. - En lugar de dar las respuestas o reglas directamente, los docentes pueden guiar a los estudiantes para que exploren conceptos matemáticos por sí mismos. Esto se hace a través de preguntas que invitan a la reflexión y la experimentación.

TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación). - El uso de tecnología como calculadoras gráficas, software de geometría dinámica (GeoGebra, por ejemplo), o aplicaciones de resolución de ecuaciones facilita la visualización de conceptos complejos y la experimentación con diferentes variables.

Metacognición y Autoevaluación. - Enseñar a los estudiantes a reflexionar sobre su propio proceso de aprendizaje y evaluación fomenta la autoconciencia de sus fortalezas y debilidades, lo que les ayuda a mejorar continuamente. La autoevaluación y la reflexión metacognitiva son herramientas poderosas para que los estudiantes asuman responsabilidad por su aprendizaje.

Aprendizaje interdisciplinario. - Integrar las matemáticas con otras materias ayuda a los estudiantes a ver la aplicación de los conceptos en diversas áreas. Por ejemplo, combinar matemáticas con ciencias para modelar fenómenos naturales o con la economía para interpretar gráficos financieros.

Evaluación formativa y retroalimentación continua. - La evaluación debe ser constante y no únicamente sumativa (al final de un tema). La retroalimentación continua ayuda a los estudiantes a corregir errores a tiempo y a mejorar su comprensión a lo largo del proceso.

Estudio de casos. - Presentar situaciones de la vida real o contextos históricos para que los estudiantes analicen y resuelvan problemas matemáticos puede ser una manera eficaz de geometría y trigonometría.

Adicionalmente es importante atender algunas estrategias didácticas que dinamicen el proceso:

Diversificación de actividades: Adaptar las actividades según los estilos de aprendizaje (visual, auditivo, kinestésico) de los estudiantes.

Motivación y relevancia: Relacionar los temas matemáticos con la vida cotidiana para hacer que los estudiantes vean la utilidad de lo que están aprendiendo.

Implementar una combinación de estas estrategias puede promover un aprendizaje más profundo y efectivo de las matemáticas, desarrollando tanto las competencias específicas como las habilidades de razonamiento y resolución de problemas en los estudiantes.

4.6. Perfil de salida del área de matemática

Currículo de Matemática para la Educación General Básica. (EGB). - De acuerdo al Ministerio de Educación (2013), para que el estudiante alcance el perfil ideal, el proceso de interaprendizaje está orientado a que el alumno/a logre:

- Desarrollar las destrezas relativas a la comprensión, explicación y aplicación de los conceptos y enunciados matemáticos.
- Utilizar los conocimientos y procesos matemáticos que involucren los contenidos de la educación básica y elementos del entorno, para la formulación, análisis y solución de problemas teóricos y prácticos.
- Utilizar la matemática como herramienta de apoyo para otras disciplinas y su lenguaje para comunicarse con precisión.
- Desarrollar las estructuras intelectuales indispensables para la construcción de esquemas de pensamiento lógico formal, por medio de procesos matemáticos.
- Comprender la unidad de la matemática por medio de sus métodos y procedimientos.
- Desarrollar las capacidades de investigación y de trabajo creativo, productivo, independiente o colectivos.
- Alcanzar actitudes de orden, perseverancia y gusto por la matemática.
- Aplicar los conocimientos matemáticos para contribuir al desarrollo del entorno social y natural.

Durante los diez años de Educación General Básica, el área de Matemáticas busca formar ciudadanos que sean capaces de argumentar y explicar los procesos utilizados en la resolución de problemas de los más variados ámbitos y, sobre todo, con relación a la vida cotidiana. Teniendo como base el pensamiento lógico y crítico, se espera que el estudiantado desarrolle la capacidad de comprender una sociedad en constante cambio, es decir, queremos que los estudiantes sean comunicadores matemáticos, y que puedan usar y aplicar de forma flexible las reglas y modelos matemáticos.

Resolver, argumentar y aplicar la solución de problemas a partir de la sistematización de los campos numéricos, las operaciones aritméticas, los modelos algebraicos, geométricos y de medidas sobre la base de un pensamiento crítico, creativo, reflexivo y lógico en vínculo con la vida cotidiana, con las otras disciplinas científicas y con los bloques específicos del campo matemático.

Aplicar las tecnologías de la información y la comunicación en la solución de problemas matemáticos en relación con la vida cotidiana, con las otras disciplinas científicas y con los bloques específicos del campo matemático.

Tabla 1*Destrezas del área de matemática*

Destreza General	Destrezas específicas
Comprensión de conceptos	<ul style="list-style-type: none"> Identificar, construir y representar objetos y figuras geométricas en forma gráfica, simbólica o por medio de actividades manuales para establecer sus propiedades. Identificar y aplicar principios, definiciones, propiedades y resultados referidos a múltiplos y de divisores de un número. Describir con sus propias palabras el concepto de proporcionalidad. Justificar la aplicación de procesos utilizando razonamientos lógicos. Interpretar, analiza e interpreta conceptos, principios, propiedades de proporcionalidad directa e inversa Usar diagramas o gráficos para representar porcentajes. Utilizar objetos, diagramas o símbolos para representar fracciones y sus relaciones. Reconocer, clasificar y generar y contraejemplos de problema con operaciones combinadas. Justificar la validez de un razonamiento. Distinguir los diferentes tipos de medidas de acuerdo con su naturaleza. Reconocer, clasificar e identificar los elementos de un paralelepípedo. Usar objetos, diagramas, gráficos o símbolos para representar información estadística.
Conocimiento de procesos	<ul style="list-style-type: none"> Justificar la aplicación de procesos utilizando razonamientos lógicos. Realizar cálculos mentales de operaciones matemáticas con precisión y rapidez. Seleccionar, plantear y aplicar procesos apropiados para encontrar el m.c.m. y el m.c.d. Plantear y ejecutar algoritmos matemáticos para determinar si existe proporcionalidad directa o inversa entre dos magnitudes. Realizar cálculos de porcentajes con precisión y rapidez. Seleccionar, plantear y aplicar procesos matemáticos para resolver operaciones combinadas. Usar el lenguaje con propiedad. Seleccionar plantear y aplicar procesos matemáticos apropiados para la estimación de resultado. Manejar unidades arbitrarias y convenciones de longitud. Y superficie con sus respectivos múltiplos y submúltiplos. Construir con técnicas y materiales diversos, sólidos simples y establecer sus características. Leer y elaborar gráficos y tablas estadísticas para representar información obtenida mediante encuestas. Obtener información a partir de textos, tablas o gráficos.
Solución de problemas	<ul style="list-style-type: none"> Utilizar recursos analíticos, gráficos y geométricos para dar solución a diversas situaciones. Juzgar lo razonable y lo correcto de la solución de problemas. Identificar problemas en los ámbitos de su experiencia para formular alternativas de solución. Traducir problemas expresados en lenguaje coloquial (común) a representaciones matemáticas y viceversa. Formular y resolver problemas que impliquen la utilización de porcentajes. Recolectar, organizar, presentar e interpretar información por medio de tabla y diagramas estadísticos. Razonar inductiva, deductiva o analógicamente para resolver problemas.

Fuente: Ministerio de Educación del Ecuador. Currículo para la EGB (2013)

4.6.1. Destrezas generales en el área de matemáticas

De acuerdo a definición del diccionario de la RALE, la destreza es una habilidad y experiencia en la realización de una actividad determinada, generalmente automática o inconsciente. Esta conceptualización general valida la pertinencia del trabajo didáctico de desarrollar destrezas en los estudiantes, por ello se ha trazado una línea de pensamiento que va desde la particularidad de las destrezas específicas por asignaturas hasta la generalidad de la competencia como la sumatoria de este proceso sistemático y sistematizado.

4.6.2. Destrezas específicas

- Identificar, construir y representar objetos y figuras geométricas en forma gráfica, simbólica o por medio de actividades manuales para establecer sus propiedades.
- Identificar y aplicar principios, definiciones, propiedades y resultados referidos a múltiplos y divisores de un número.
- Describir con sus propias palabras el concepto de proporcionalidad.
- Justificar la aplicación de procesos utilizando razonamientos lógicos.
- Interpretar, analiza e integra conceptos, principios, propiedades de proporcionalidad directa e inversa.
- Usar diagramas o gráficos para representar porcentajes.
- Utilizar objetos, diagramas o símbolos para representar fracciones y sus relaciones.
- Reconocer, clasificar y generar ejemplos y contraejemplos de problemas con operaciones combinadas.
- Justificar la validez de un razonamiento.
- Distinguir los diferentes tipos de medidas de acuerdo con su naturaleza.
- Reconocer, clasificar e identificar los elementos de un paralelepípedo.
- Usar objetos, diagramas, gráficos o símbolos para representar información estadística.
- Justificar la aplicación de procesos utilizando razonamientos lógicos.
- Realizar cálculos mentales de operaciones matemáticas con precisión y rapidez.
- Seleccionar, plantear y aplicar procesos apropiados para encontrar el m.c.m. y el m.c.d.
- Plantear y ejecutar algoritmos matemáticos para determinar si existe proporcionalidad directa o inversa entre dos magnitudes.

- Realizar cálculos de porcentajes con precisión y rapidez.
- Seleccionar, plantear y aplicar procesos matemáticos para resolver operaciones combinadas.
- Usar el lenguaje matemático con propiedad.
- Seleccionar, plantear y aplicar procesos matemáticos apropiados para la estimación de resultados.
- Manejar unidades arbitrarias y convencionales de longitud y superficie con sus respectivos múltiplos y submúltiplos.
- Construir con técnicas y materiales diversos, sólidos simples y establecer sus características.
- Leer y elaborar gráficos y tablas estadísticas para representar información a partir de textos tablas o gráficos.
- Utilizar recursos analíticos, gráficos y geométricos para dar solución a diversas situaciones.
- Juzgar lo razonable y lo correcto de la solución de problemas.
- Identificar problemas en los ámbitos de su experiencia para formular alternativas de solución.
- Traducir problemas expresados en lenguaje coloquial (común) a representaciones matemáticas y viceversa.
- Formular y resolver problemas que impliquen la utilización de porcentajes.
- Recolectar, organizar, representar e interpretar información por medio de tablas y diagramas estadísticos.

4.6.3. Destrezas con criterios de desempeño referente de la planificación micro curricular

El documento de Actualización y Fortalecimiento Curricular de la EGB plantea tres macro destrezas en Matemáticas. Estas macro destrezas son las habilidades mayores que deben desarrollar en esta área. Su objetivo es articular las destrezas con criterios de desempeño y los ejes del aprendizaje.

En Matemática las macro destrezas son: Comprensión de conceptos (C), Conocimiento de procesos (P) y Aplicación de la práctica (A). Cada una de estas macro destrezas se encuentran junto a las destrezas con criterios de desempeño planteadas para cada uno de los bloques curriculares.

La comprensión de conceptos (C) se relaciona con los criterios de desempeño que desarrolla el estudiante para interiorizar definiciones, propiedades y reglas Matemáticas. El conocimiento de procesos (P) implica las destrezas con criterios

de desempeño que evidencian el manejo de logaritmos y procesos matemáticos justificados.

Por último, la Aplicación de la práctica (A) se refiere a las destrezas con criterios de desempeño que vinculan conocimientos asimilados, procesos, recursos y estrategias que le permiten al estudiante no solo solucionar problemas, sino argumentar sus razones y fundamentar modelos matemáticos.

Con este enfoque general se construyó una matriz que resume las Macro destrezas enfocadas en el área de matemáticas.

Tabla 2.

Macrodestrezas y ejemplo en área de matemáticas

MACRODESTREZAS	LETRA	EJEMPLO
Comprensión de conceptos	C	Reconocer y nombrar los elementos de prismas y pirámides.
Conocimientos de procesos	P	Encontrar las raíces cuadradas y cúbicas de un número natural con la descomposición en factores primos.
Aplicación en la práctica	A	Analizar datos estadísticos en gráficos circulares.

Nota. Elaborado por los autores

4.6.4. Destrezas con criterios de desempeño

Cuando se habla de destrezas se refiere a la capacidad que adquiere una persona para manipular un objeto o ejecutar una acción o acciones hasta alcanzar su dominio. Esto implica, por parte del sujeto, interiorizar los procesos que le permitan ejecutar una tarea de forma automática.

Manejar una bicicleta implica adquirir o desarrollar una destreza. Por ejemplo, cuando un niño aprendió a manejarla, no se supone que lo logró en su primer intento. Seguramente necesitó muchos intentos y varias caídas antes de lograr dominarla. Necesitó ejecutar diferentes acciones como pedalear y dirigir el timón, así como distribuir el peso de su cuerpo para lograr mantenerse en equilibrio. Luego practicó varias veces hasta coordinar e interiorizar todos los procesos y lograr ejecutarlos de manera inconsistente de forma correcta.

Así como manejar una bicicleta es el resultado del desarrollo de habilidades durante un proceso, las destrezas en el ámbito educativo implican lo que debe “Saber hacer” un estudiante. Esto es las habilidades que debe desarrollar para lograr un aprendizaje significativo. En matemática se refiere al dominio de acciones como calcular, estimar, representar, etc., que le permitirán al estudiante razonar, pensar de forma lógica y crítica, argumentar y resolver problemas.

Aunque el término destreza ya estaba incluido en la Reforma Curricular de 1996, es importante destacar que hablar de destrezas con criterios de desempeño no se refiere únicamente a las habilidades para ejecutar una acción, sino también a las habilidades del pensamiento que asociados a los conocimientos y su nivel de complejidad permitirá alcanzar un pensamiento reflexivo y crítico.

El criterio de desempeño tiene como principal finalidad indicar al docente de manera precisa el nivel de complejidad del conocimiento que debe alcanzar el estudiante al demostrar el dominio de la destreza. Este es, por tanto, una herramienta muy importante para el docente a la hora de realizar la planificación micro curricular. Le permite seleccionar con orden y secuencia las destrezas con criterios de desempeño que se desarrollarán en el proceso de enseñanza aprendizaje.

A continuación, se muestran como ejemplo, dos destrezas con criterios de desempeño tomadas de la planificación por bloques curriculares de segundo y tercer año de Educación General Básica, respectivamente.

- Comprender y respetar en pictogramas datos relativos a su entorno usando objetos concretos.
- Comparar frecuencias en pictogramas.

4.6.5. Indicadores para la evaluación del desempeño de las matemáticas

La evaluación dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje es un juicio de valor que tradicionalmente se aplicaba para medir la cantidad del conocimiento adquirido por el estudiante. Lo que llevaba a percibirla como medida de cuánto conocimiento posee.

Durante mucho tiempo, la evaluación ha constituido un elemento punitivo dentro del aula y ha funcionado como un castigo o como el fin último de la educación. Con la actualización y fortalecimiento curricular de la EGB se busca cambiar esta concepción transformando a la evaluación en una herramienta que permita medir de forma sistemática los desempeños del estudiante. Dicho de otra manera, la

evaluación mide lo que debe saber y lo que debe ser capaz de hacer el estudiante. En el área de matemáticas, específicamente, la evaluación debe enfatizar la valoración de los procesos de solución seguidos por el estudiante más que la corrección final de la respuesta obtenida. Con el fin de facilitar al docente la evaluación del aprendizaje del estudiante, el currículo actualizado y fortalecido incorpora los indicadores esenciales de evaluación.

Estos indicadores son parámetros que permiten al docente conocer el mínimo nivel de logro establecido. Estos especifican lo que se espera que un estudiante logre o desempeñe. En ningún caso debe ser usado como un fin en sí mismo o como un instrumento de castigo.

Por el contrario, permite al docente realizar correcciones a partir de los resultados obtenidos.

La finalidad de los indicadores es expresar los desempeños mínimos que el estudiante debe alcanzar para acceder al año próximo superior. Es fundamental que los docentes tengan muy claros los indicadores de evaluación antes de comenzar un módulo e incluso sería útil que se los entregaran a los estudiantes con antelación para que tengan en cuenta que habilidad se espera que logren desarrollar.

Si se presta atención a los verbos que encabezan los indicadores de logro, se puede percibir que aparecen conjugados porque están designando una acción que ya ha sido dominada por el estudiante y lo que el docente pretende es evaluar las evidencias de esto. Es decir, lo que se mide son desempeños y no contenidos. Si se busca una educación integral, será necesario tener claro si los estudiantes son capaces de reconocer, de calcular, de comparar, de argumentar, de ordenar, de utilizar, en fin, de hacer más que memorizar conceptos de algoritmos.

A continuación, se presentan algunos de los Indicadores con Criterio de Desempeño que el Ministerio de Educación del Ecuador propone para los distintos niveles del sistema formal educativo, esta información proviene del Currículo Priorizado del ME, 2022

Nivel educativo EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA PREPARATORIA (S1)

- Compara y distingue objetos según su color, tamaño, longitud, textura y forma en situaciones cotidianas.
- Describe la ubicación de los objetos del entorno.
- Construye series utilizando objetos del entorno, sonidos, movimientos, figuras y cuerpos geométricos y agrupaciones de elementos.

- Establece relaciones de orden y escribe secuencias numéricas ascendentes y descendentes, con números naturales del 1 al 10 y con números ordinales, hasta el quinto, para explicar situaciones cotidianas.
 - Resuelve situaciones cotidianas que requieren de la comparación de colecciones de objetos mediante el uso de cuantificadores, la adición y sustracción, con números naturales hasta el 10, y el conteo de colecciones de objetos hasta el 20.
 - Clasifica objetos del entorno y los agrupa considerando su tamaño, longitud, capacidad, peso o temperatura y expresa verbalmente los criterios de la agrupación.
 - Soluciona problemas mediante la organización y representación de datos estadísticos provenientes de situaciones cotidianas y de la identificación en eventos probables y no probables del entorno.
- Nivel educativo EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA ELEMENTAL (S2)
- Discrimina propiedades de los objetos y obtiene subconjuntos de un conjunto universo.
 - Propone patrones y construye series de objetos, figuras y secuencias numéricas.
 - Completa secuencias numéricas ascendentes o descendentes con números naturales de hasta cuatro cifras, utilizando material concreto, simbologías, estrategias de conteo y la representación en la semirrecta numérica; separa números pares e impares.
 - Aplica de manera razonada la composición y descomposición de unidades, decenas, centenas y unidades de mil, para establecer relaciones de orden, calcula adiciones y sustracciones, y da solución a problemas matemáticos sencillos del entorno.
 - Opera utilizando la multiplicación sin reagrupación y la división exacta (divisor de una cifra) con números naturales en el contexto de un problema del entorno; usa reglas y las propiedades conmutativa y asociativa de la multiplicación para mostrar procesos y verificar resultados; reconoce mitades y dobles en objetos.
 - Emplea elementos básicos de geometría, las propiedades de cuerpos y figuras geométricas, la medición, estimación y cálculos de perímetros, para enfrentar situaciones cotidianas de carácter geométrico.
 - Resuelve situaciones problemáticas sencillas que requieran de la estimación y comparación de capacidades y la conversión entre la unidad

de medida de capacidad y sus submúltiplos.

Nivel educativo EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA MEDIA (S3)

- Emplea de forma razonada la tecnología, estrategias de cálculo y los algoritmos de la adición, sustracción, multiplicación y división de números naturales, en el planteamiento y solución de problemas, la generación de sucesiones numéricas, la revisión de procesos y la comprobación de resultados; explica con claridad los procesos utilizados.
- Aprecia la utilidad de las relaciones de secuencia y orden entre diferentes conjuntos numéricos, así como el uso de la simbología matemática, cuando enfrenta, interpreta y analiza la veracidad de la información numérica que se presenta en su entorno.
- Utiliza un determinado conjunto de números para expresar situaciones reales, establecer equivalencias entre diferentes sistemas numéricos y juzga la validez de la información presentada en diferentes medios.
- Utiliza un determinado conjunto de números para expresar situaciones reales, establecer equivalencias entre diferentes sistemas numéricos y juzga la validez de la información presentada en diferentes medios.
- Explica las características y propiedades de figuras planas y cuerpos geométricos, al construirlas en un plano; utiliza como justificación de los procesos de construcción los conocimientos sobre posición relativa de dos rectas y la clasificación de ángulos; resuelve problemas que implican el uso de elementos de figuras o cuerpos geométricos y el empleo de la fórmula de Euler.
- Resuelve problemas cotidianos que impliquen el cálculo del perímetro y el área de figuras planas; deduce estrategias de solución con el empleo de fórmulas; explica de manera razonada los procesos utilizados; verifica resultados y juzga su validez.
- Emplea, como estrategia para la solución de problemas geométricos, los procesos de conversión de unidades; justifica la necesidad de expresar unidades en múltiplos o submúltiplos para optimizar procesos e interpretar datos y comunicar información.

Nivel educativo EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA SUPERIOR (S4)

- Ejemplifica situaciones reales en las que se utilizan los números enteros; establece relaciones de orden empleando la recta numérica; aplica

las propiedades algebraicas de los números enteros en la solución de expresiones con operaciones combinadas, empleando correctamente la prioridad de las operaciones; juzga la necesidad del uso de la tecnología.

- Formula y resuelve problemas aplicando las propiedades algebraicas de los números enteros y el planteamiento y resolución de ecuaciones e inecuaciones de primer grado con una incógnita; juzga e interpreta las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema.
- Establece relaciones de orden en un conjunto de números racionales e irracionales, con el empleo de la recta numérica (representación geométrica); aplica las propiedades algebraicas de las operaciones (adición y multiplicación) y las reglas de los radicales en el cálculo de ejercicios numéricos y algebraicos con operaciones combinadas; atiende correctamente la jerarquía de las operaciones.
- Formula y resuelve problemas aplicando las propiedades algebraicas de los números racionales y el planteamiento y resolución de ecuaciones e inecuaciones de primer grado con una incógnita.
- Expresa raíces como potencias con exponentes racionales, y emplea las potencias de números reales con exponentes enteros para leer y escribir en notación científica información que contenga n . Resuelve problemas que requieran de ecuaciones de primer grado con una incógnita en \mathbb{R} ; utiliza las distintas notaciones para los intervalos y su representación gráfica en la solución de inecuaciones de primer grado y sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas de manera gráfica, en números muy grandes o muy pequeños.
- Resuelve problemas mediante la elaboración de modelos matemáticos sencillos, como funciones; emplea gráficas de barras, bastones y diagramas circulares para representar funciones y analizar e interpretar la solución en el contexto del problema.
- Determina el comportamiento (función creciente o decreciente) de las funciones lineales en \mathbb{Z} , basándose en su formulación algebraica, tabla de valores o en gráficas; valora el empleo de la tecnología.
- Construye figuras simétricas; resuelve problemas geométricos que impliquen el cálculo de longitudes con la aplicación de conceptos de semejanza y la aplicación del teorema de Tales; justifica procesos aplicando los conceptos de congruencia y semejanza.
- Construye triángulos dadas algunas medidas de ángulos o lados;

dibuja sus rectas y puntos notables como estrategia para plantear y resolver problemas de perímetro y área de triángulos; comunica los procesos y estrategias utilizados.

- Interpreta datos agrupados y no agrupados en tablas de distribución de frecuencias y gráficas estadísticas (histogramas, polígono de frecuencias, ojiva y/o diagramas circulares), con el uso de la tecnología; interpreta funciones y juzga la validez de procedimientos, la coherencia y la honestidad de los resultados obtenidos.

Nivel educativo BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO (S5)

- Aplica las propiedades algebraicas de los números reales en productos notables, factorización, potenciación y radicación.

- Resuelve sistemas de ecuaciones con diferentes tipos de soluciones y empleando varios métodos, y los aplica en funciones racionales y en problemas de aplicación; juzga la validez de sus hallazgos.

- Opera con matrices de hasta tercer orden, calcula el determinante, la matriz inversa y las aplica en sistemas de ecuaciones.

- Grafica funciones reales y analiza su dominio, recorrido, monotonía, ceros, extremos, paridad; identifica las funciones afines, potencia, raíz cuadrada, valor absoluto; reconoce si una función es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva; realiza operaciones con funciones aplicando las propiedades de los números reales en problemas reales e hipotéticos.

- Representa gráficamente funciones cuadráticas; halla las intersecciones con los ejes, el dominio, rango, vértice y monotonía; emplea sistemas de ecuaciones para calcular la intersección entre una recta y una parábola o dos parábolas; emplea modelos cuadráticos para resolver problemas, de manera intuitiva halla un límite y la derivada; optimiza procesos empleando las TIC.

- Halla gráfica y analíticamente el dominio, recorrido, monotonía, periodicidad, desplazamientos, máximos y mínimos de funciones trigonométricas para modelar movimientos circulares y comportamientos de fenómenos naturales, y discute su pertinencia; emplea la tecnología para corroborar sus resultados.

- Emplea el concepto de límites en sucesiones convergentes y sucesiones reales; opera con funciones escalonadas; halla de manera intuitiva derivadas de funciones polinomiales; diferencia funciones mediante las respectivas reglas para resolver problemas de optimización; concibe la integración

como proceso inverso, y realiza conexiones geométricas y físicas.

- Realiza operaciones en el espacio vectorial R^2 ; calcula la distancia entre dos puntos, el módulo y la dirección de un vector; reconoce cuando dos vectores son ortogonales; y aplica este conocimiento.

- Identifica los experimentos y eventos de un problema y aplica las reglas de adición, complemento y producto de manera pertinente; se apoya en las técnicas de conteo y en la tecnología para el cálculo de probabilidades, y juzga la validez de sus hallazgos de acuerdo a un determinado contexto problemas físicos, apoyado en las TIC.

- Grafica un diagrama de dispersión y la recta de dispersión para analizar la relación entre dos variables; calcula el coeficiente de correlación para interpretar si dicha relación es nula, débil, moderada, fuerte o perfecta; realiza un análisis bidimensional y, mediante la recta de regresión, efectúa predicciones, justificando la validez de sus hallazgos y su importancia para la toma de decisiones asertivas.

4.7. Resumen del capítulo

A partir de la formulación y resolución de problemas, se puede hacer una aproximación al estado del pensamiento de los estudiantes, y, por ende, al establecimiento de la calidad de la educación matemática en este aspecto específico. Según Peralta (2018), es evidente que reconocer el estado del pensamiento matemático es un proceso posible solo a partir de ciertos indicadores. Uno de estos indicadores son las competencias en matemáticas, entendidas como la manifestación del saber/hacer del estudiante en el contexto matemático.

Este saber/hacer implica que el estudiante ponga en juego tres aspectos interrelacionados que configuran la competencia como tal: el conocimiento matemático, la comunicación y las situaciones-problema. Así, para evaluar la competencia de un estudiante, es necesario que, al enfrentarse a una situación-problema, logre “matematizarla” modelándola a partir de las relaciones que establezca entre los conceptos subyacentes en dicha situación.

En las últimas décadas, el concepto de evaluación ha experimentado una profunda transformación en el ámbito del aprendizaje y la enseñanza. Sin embargo, al observar este entorno, se detecta que las innovaciones se han aplicado con más facilidad en las estrategias de aprendizaje y en el uso de recursos didácticos que en el ámbito

de la evaluación. Como resultado, es común encontrar en las aulas estrategias de aprendizaje muy innovadoras, pero acompañadas de sistemas de evaluación tradicionales.

Llama la atención la distancia que existe entre la realidad de las prácticas educativas y los avances teóricos y metodológicos que hoy se presentan en la literatura sobre evaluación. ¿No será que la evaluación requiere, además de un cambio teórico, un cambio de actitud? En resumen, estamos ante un cambio de paradigma.

Bibliografía

- Abreu, Y., Barrera, A., Breijo, T., & Bonilla, I. (2018). El proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudios lingüísticos: su impacto en la motivación hacia el estudio de la lengua. *Mendive*, 16(4), 610–623. <http://scielo.sld.cu/pdf/men/v16n4/1815-7696-men-16-04-610.pdf>
- Ackoff, R. (2007). *Conceptos básicos de la gerencia sistémica*. Gotas de Conocimiento.
- Amestoy de Sánchez, M. (2002). La investigación sobre el desarrollo y la enseñanza de las habilidades de pensamiento. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 4(1), 01-32.
- Andonegui, M. (2004). El desarrollo del pensamiento lógico. Colección Procesos Educativos.
- Ausubel, D. (1983). *Teoría del aprendizaje significativo*. Fascículos de CEIF.
- Bezanilla-Albisua, M. J., Poblete-Ruiz, M., Fernández-Nogueira, D., Arranz-Turnes, S., & Campo-Carrasco, L. (2018). El pensamiento crítico desde la perspectiva de los docentes universitarios. *Estudios Pedagógicos (Valdivia)*, 44(1), 89-113.
- Cardoso, E., & Cerecedo, M. T. (2008). El desarrollo de las competencias matemáticas en la primera infancia. *Revista Iberoamericana de Educación*, 47(5), 1–11.
- Collantes, E., & Mendoza, I. (2006). *Introducción a la investigación científica*. [Editorial pendiente].
- Consejo Suramericano de Educación. (2013). *Investigación-acción: Resolución de problemas matemáticos por parte de estudiantes de enseñanza básica de escuelas municipales utilizando diversas estrategias de aprendizaje*. CEPAL.
- Delors, J. (1994). Los cuatro pilares de la educación. En la educación encierra un tesoro (pp. 91–103). UNESCO. <https://www.uv.mx/dgdaie/files/2012/11/PPP-DC-Delors-Los-cuatro-pilares.pdf>
- Dewey, J. (1970). *Cómo pensamos*. Cambridge Press.
- Díaz, T. (2013). La habilidad lectora y su incidencia en la expresión escrita de los estudiantes de quinto año de Educación Básica de la Escuela Gonzalo Abad

perteneciente al cantón Baños provincia de Tungurahua [Tesis de maestría, Universidad Técnica de Ambato]. Repositorio Institucional de la UTA. <https://repositorio.uta.edu.ec/bitstream/123456789/5464/3/Mg.DCEv.Ed.1728.pdf>

Fernández, N. R. (2014). Fundamentos del proceso educativo enseñanza, aprendizaje y evaluación a distancia. *RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 17(2), 75–93.

García Hoz, V. (1988). *Educación personalizada*. Rialp.

García, V. (1977). Objetivos de aprendizaje y formación mental. *Revista Española de Pedagogía*, 35(135), 3–18. <https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/8093/1%20Objetivos%20de%20Aprendizaje.pdf?sequence=1>

García, V. (1983). Génesis del sistema de objetivos fundamentales de la educación. *Aula Abierta*, 39, 15–59. <https://dialnet.unirioja.es/download/articulo/2329391.pdf>

Gardner, H. (1995). *Frames of mind: The theory of multiple intelligences*. Cambridge Press.

Gómez, J. (2002). De la enseñanza al aprendizaje de las matemáticas [Tesis de licenciatura].

González, R.C. (2022). Pensamiento creativo: una estrategia para el proceso de enseñanza – aprendizaje. *HACEDOR - AIAPAEC*, 6(1), 80-91. <https://doi.org/10.26495/rch.v6i1.2124>

Guevara, G. (2000). *Draft 1, habilidades básicas* [Paráfrasis].

Larrazolo, N., Backhoff, E., & Tirado, F. (2013). Habilidades de razonamiento matemático de estudiantes de educación media superior en México. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 18(59) 1137-1163. https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1405-66662013000400006&script=sci_arttext#notas

Méndez, P. (2015). Enseñanza inteligente de la matemática. Un modelo para promover las habilidades del pensamiento en el desarrollo lógico-matemático. *Revista Venezolana de Ciencia y Tecnología URBE*, 5(2). <https://ojs2.urbe.edu/index.php/revcitec/article/download/1515/4156?inline=1>

Ministerio de Educación del Ecuador. (2013). *Actualización curricular de octavo a décimo años de Educación General Básica. Área de Matemática. Programa de formación continua del magisterio fiscal*. <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2013/03/SiProfe-AC-MATE-8-10.pdf>

Ministerio de Educación del Ecuador. (2022). *Currículo priorizado*. <https://educacion.gob.ec/curriculo-priorizado/>

Moreira, F., & Pinargote, J. (2023). Estrategia didáctica para favorecer el pensamiento lógico matemático en estudiantes de básica superior. *Qualitas Revista Científica*,

- 26(26), 57–74. <https://doi.org/10.55867/qual26.04>
- Nieto, E., Vaca, F., & Rodríguez, E. (2020). Compendio de Matemáticas Volumen III. Mawil. <https://doi.org/10.26820/978-9942-826-22-0>
- Ochoa, A., & Ochoa, G. (2016). Aplicación de estrategias de la enseñanza de las matemáticas en los estudiantes de educación básica superior del Centro Educativo 9 de Mayo de la parroquia El Retiro del Periodo Lectivo 2014–2015.
- Oliveros, E. (2002). Metodología de la enseñanza de Matemática. Santillana.
- Paul, R., & Elder, L. (2007). The Thinker's Guide to the Art of Socratic Questioning. Foundation for Critical Thinking. https://www.criticalthinking.org/store/get_file.php?inventories_id=231&inventories_files_id=374
- Piaget, J., & Teóricos, A. (1976). Desarrollo cognitivo. Fomtaine.
- Polya, G. (2005). Cómo plantear y resolver problemas (pp. 17-53). Trillas.
- Puga, L., Rodríguez, J., & Toledo, A. (2016). Reflexiones sobre el lenguaje matemático y su incidencia en el aprendizaje significativo. *Sophia, Colección de Filosofía de La Educación*, 20(1), 195–218. <https://doi.org/10.17163/soph.n20.2016.09>
- Revelo, S. E. L. (2009). Las habilidades básicas de pensamiento en el desarrollo humano: Una aplicación de la investigación. *Revista Unimar*, 27(2), 59–64.
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. PNA. *Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 1(2), 47–66.
- Ríos, B. (2019). Fundamento de la didáctica. Editorial F.E.M.
- Sepúlveda, A., & Santos, L. M. (2006). Desarrollo de episodios de comprensión matemática: Estudiantes de bachillerato en procesos de resolución de problemas. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 11(31), 1389–1422. https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1405-66662006000401389&script=sci_abstract&tlng=en
- Toffler, A. (1994). La tercera ola (10ª ed.). Ediciones Plaza & Janes.
- Vásquez, E. (2021). Pensamiento creativo docente. Una mirada sistemática. *Revista Innova Educación*, 4(1), 135-145. <https://doi.org/10.35622/j.rie.2022.01.010>
- Villaroel, J. (1994). Desarrollo del pensamiento (1ª ed.). AFEFCE.

Glosario

Competencias Educativas: Conjunto de conocimientos, procedimientos, valores y actitudes combinados, coordinados e integrados en la acción, adquiridos a través de la experiencia que permite al individuo resolver problemas específicos de forma autónoma y flexible lo que las hace eficaces en una situación determinada.

Proceso de Enseñanza Aprendizaje: Aprendizaje es el cambio en la disposición del sujeto con carácter de relativa permanencia y que no es atribuible al simple proceso de desarrollo (maduración). Como proceso: es una variable que interviene en el aprendizaje, no siempre es observable y tiene que ver con las estrategias metodológicas y con la globalización de los resultados.

Constructos: El constructo está más allá del proceso mental concreto que se conoce como ideación y del proceso físico y social que implica la comunicación. Por eso algunas ciencias, como la matemática, consideran a los constructos como objetos autónomos, aun cuando no tengan existencia real.

Modelos Mentales: La mente humana funciona basándose en modelos mentales. Con ellos puede generar, enseñar y aprender modelos conceptuales.

Investigación Acción: El término “Investigación Acción” proviene del autor Kurt Lewis y fue utilizado por primera vez en 1994, describía una forma de investigación que podía ligar el enfoque experimental de la ciencia social con programas de acción social que respondiera a los problemas sociales principales de entonces. Mediante la investigación – acción, Lewis argumentaba que se podía lograr en forma simultánea avances teóricos y cambios sociales.

Propuesta Educativa: De manera general una propuesta educativa puede ser lo que Estudiosos de la pedagogía proponen para explicar el fenómeno educativo, o propuestas en relación a estrategias de enseñanza-aprendizaje, también sugerir teorías que pueden fundamentar el proceso educativo.

Paradigmas Educativos: Paradigma es sinónimo de modelo. Entendiéndose que paradigma educativo está relacionado con técnicas de estudio, calidad educativa, ámbito escolar.

Destrezas Educativas: Es la capacidad que tiene el ser humano para innovar hacer cosas nuevas dentro del ámbito de educación, alcanzando un nivel alto de dominio.

Currículo: Diseño educativo que permite planificar las actividades académicas.

Método Holístico: El método que toma los elementos como un todo a través de la sinergia, también se lo conoce como heurístico o cosmovisión.

Diferencias Individuales: Son el conjunto de características o rasgos que diferencian a una persona de las demás.

Aprendizaje Significativo: Se basa en los conocimientos previos que tiene el individuo más los conocimientos nuevos que va adquiriendo. Estos dos al relacionarse, forman una confección y es así como se forma el nuevo aprendizaje, es decir, el aprendizaje significativo.

Sociedad del Conocimiento: Se trata de un concepto que aparentemente resume las transformaciones sociales que se están produciendo en la sociedad moderna y sirve para el análisis de estas transformaciones.

Memoria: La capacidad para recordar

Discalculia: Es dificultades en el aprendizaje de las matemáticas (DAM)

Heurístico: Como un arte, Técnica o procedimiento práctico o informal, para resolver problemas.

Pensamiento Lógico Matemático: Es la capacidad de establecer relaciones entre los objetos a partir de la experiencia directa con estos.

Evaluación de los Aprendizajes: Es un proceso permanente de información y reflexión sobre el proceso de producción de los aprendizajes.

Investigación diagnóstica: Es para detectar las falencias, necesidades, fortalezas y necesidades de los campos de estudio que se vaya a realizar. Dará un panorama completo de lo que se va a realizar para encontrar solución a los problemas que ha detectado.

Investigación Propositiva: Es aquella que busca investigar un propósito determinado o indeterminado, es metodología científica estudiantil.

Estrategias Educativas: Consiste en un procedimiento o conjunto de pasos o habilidades que un estudiante adquiere y emplea de forma intencional como instrumento flexible para aprender significativamente y solucionar problemas y demandas académicas.

Talleres Educativos: Es una metodología que les permite a los estudiantes desarrollar sus capacidades y habilidades lingüísticas, sus destrezas cognoscitivas.

Ciclo de Aprendizaje: Planifica una secuencia de actividades que se inician con una etapa exploratoria, la que conlleva la manipulación de material concreto, y a continuación prosigue con actividades que facilitan el desarrollo conceptual a partir de las experiencias recogidas por los alumnos durante la exploración para realizar teorizaciones o generalizaciones, lo que le permitirá aplicar estos conceptos en

situaciones nuevas.

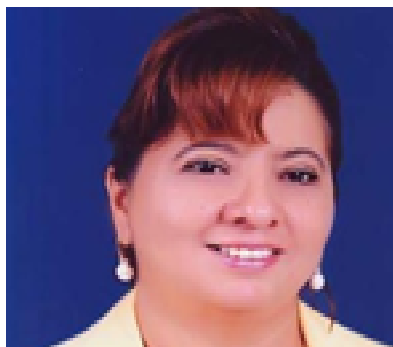
Gymkhana Educativa: Es el nombre genérico adaptado gráficamente al español que se da actualmente a los juegos en los que se realizan numerosas pruebas de competición.

Tangram Chino: “Siete tableros de astucia”, haciendo referencia a las cualidades que el juego requiere, es un juego chino muy antiguo, que consiste en formar siluetas de figuras con las siete piezas dadas sin solaparlas.

Autores



Mendoza Solórzano Graciela Jaqueline, de profesión Ingeniera Civil, docente de la cátedra de Matemáticas en la Facultad de Agrociencias (antes Facultad de Ciencias Zootécnicas) de la Universidad Técnica de Manabí desde hace 29 años.



Avellán Avellán Lila Magaly, Docente de profesión, ha laborado en diversas universidades, con más de 30 años de experiencia, tiene varias publicaciones entre libros y artículos. Actualmente es Docente de la Facultad de Agrociencias (antes Facultad de Ciencias Zootécnicas) de la Universidad Técnica de Manabí por cerca de 25 años



Arteaga Solórzano Rudyard Arteaga, de profesión Ingeniero Agro Industrial con Doctorado en Ciencias labora en la Facultad de Facultad de Agrociencias (antes Facultad de Ciencias Zootécnicas) de la Universidad Técnica de Manabí posee publicaciones y libros relacionados con el sector Agro Productivo y Educativo de la región.



Barreiro Mendoza Marjorie Jazmín, de profesión Licenciada en Contabilidad y Auditoría y Magíster en Educación con Mención en Docencia e Investigación Superior. Labora en su empresa de Asesoría Contable LauJaz

El texto “Desarrollo del pensamiento lógico matemático en el aprendizaje de las matemáticas”, es un recurso diseñado para docentes de todos los niveles del sistema educativo, desde la Educación General Básica hasta el Bachillerato y la educación universitaria. Su enfoque en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático resalta su impacto directo en la calidad y profundidad del aprendizaje de las matemáticas.

Este texto abarca temas fundamentales como el pensamiento, el aprendizaje significativo de las matemáticas, el desarrollo del pensamiento lógico-matemático y estrategias didácticas y metodológicas para potenciar las habilidades matemáticas. Juntos, estos contenidos tejen una red de conocimiento que fortalece la creación de metodologías y prácticas efectivas para la enseñanza. Los autores, docentes con amplia experiencia, han plasmado su acción pedagógica en este trabajo, construido a partir de su experiencia y respaldado por teorías epistemológicas en el ámbito de la enseñanza-aprendizaje, el desarrollo del pensamiento y la didáctica de las matemáticas.

ISBN: 978-9942-948-76-2



Ediciones
UTM